ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

ВСЕРОССИЙСКИЙ ЗАОЧНЫЙ ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Методические указания
по выполнению лабораторной работы на ПЭВМ
для самостоятельной работы студентов
IV курса по специальности
060400 «Финансы и кредит»
(первое высшее образование)

Факультет менеджмента и маркетинга
Кафедра экономико-математических методов и моделей

Москва 2008

УДК 331(075.8)
ББК 65.050.2я73

Методические указания подготовили
канд. техн. наук, доцент ***В.Н. Уродовских***,
д.ф-м.н., проф. ***В.Я. Габескирия***

Учебно-методическое издание одобрено на заседании
Научно-методического совета ВЗФЭИ

Проректор, председатель НМС, профессор ***Д.М. Дайитбегов***

Финансовая математика. Методические указания по выполнению лабораторной работы на ПЭВМ для самостоятельной работы студентов IV курса по специальности 060400 «Финансы и кредит» (первое высшее образование). – М.: ВЗФЭИ, 2008.

ББК 65.050.2я73

Порядок выполнения и оформления лабораторной работы

В ходе выполнения лабораторной работы требуется:

▪ разобрать алгоритмы финансовых вычислений и реализовать их в среде Excel;

▪ получить решение задачи с помощью финансовых функций в среде Excel в соответствии с номером своего варианта;

▪ предъявить преподавателю в конце занятия полученные результаты и пройти собеседование.

В исключительных случаях, при невозможности защитить результаты работы в отведенные расписанием часы, по предварительному согласованию с преподавателем можно распечатать протокол решения (экспресс-отчет) и пройти собеседование. Протокол решения должен содержать фрагменты рабочих листов Excel с решениями, аналогичными приведенным ниже.

При решении приведенных типовых задач средствами Microsoft Excel могут использоваться разнообразные подходы к оформлению рабочей таблицы Excel и результатов решения. В каждой конкретной ситуации студенты вольны выбрать свой подход с позиций содержательности, наглядности, удобства, дизайна.

Оформление лабораторной работы в полном объеме проводится студентом самостоятельно во время занятий, файл с префиксом «лр» (книга Excel) сохраняется на сетевом диске в папке с номером группы. Структура имени файла: лрИвановИИ.

Полный отчет по лабораторной работе должен содержать титульный лист (с указанием всех необходимых реквизитов).

К зачету допускаются студенты, выполнившие все пункты задания и оформившие результаты в установленном порядке.

Зачет по лабораторной работе каждый студент сдает персонально преподавателю, ведущему занятия в данной группе.

Для получения зачета студент должен:

- знать теоретические основы тематики лабораторной работы в объеме содержания материалов учебного пособия и лекций;
- уметь ответить на конкретные вопросы по содержанию выполненной лабораторной работы.

Номер вашего варианта соответствует последней цифре зачетной книжки (если преподавателем не задан другой порядок выбора варианта).

Методология финансово-экономических расчетов

При заключении внутренних и внешних финансово-экономических сделок договаривающиеся стороны оговаривают определенные условия, изменения которых сопряжены с выгодой для одной стороны и убытками для другой. Учитывая данное обстоятельство, обе стороны заинтересованы в объективной и грамотной количественной оценке условий сделки, которая производится на основе финансовых вычислений. Взаимодействие кредитора и заемщика представлено в виде схемы на рис. 1.

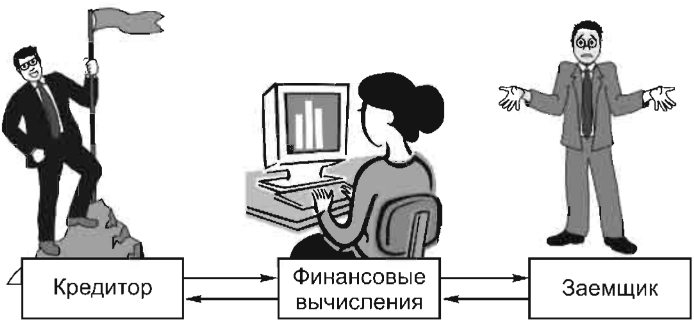


Рис. 1. Схема взаимодействия кредитора и заемщика

В финансовом или кредитном соглашении обе стороны (кредитор и заемщик) оговаривают ряд условий:

- *размер займа* или кредита;
- *размер процентной ставки* – отношение суммы процентных денег, выплачиваемых за фиксированный отрезок времени, к величине ссуды;
- *период начисления* (срок займа) – интервал времени, к которому относится процентная ставка, он может разбиваться на интервалы начисления.

Интервал начисления – минимальный период, по прошествии которого происходит начисление процентов.

Время как фактор в финансовых расчетах. Учет фактора времени обусловлен неравноценностью денег, относящихся к различным моментам времени. Равные по абсолютной величине денежные суммы «сегодня» и «завтра» оцениваются по-разному – сегодняшние деньги ценнее будущих.

Зависимость ценности денег от времени объясняется тремя причинами:

1) деньги можно эффективно использовать как финансовый актив, приносящий доход, т.е. их можно инвестировать и тогда они будут приносить доход. Но все равно стоимость рубля «сегодняшнего» больше стоимости рубля «завтрашнего», полученного в виде процентного дохода на сберегательном счете или дохода от инвестиционной операции;

2) инфляционные процессы обесценивают деньги во времени, т.е. сегодня на рубль можно купить товара больше, чем завтра, поскольку цены на товар повысятся;

3) неопределенность будущего и связанный с этим риск повышают ценность имеющихся денег. Имея рубль, его уже сегодня можно израсходовать на потребление, а будет ли он завтра – еще вопрос.

Логика финансовых операций. Логику финансовых операций, прямых (наращение) и обратных (дисконтирование), легко понять из рис. 2.

В дальнейшем операции наращения и дисконтирования будут рассмотрены подробнее.

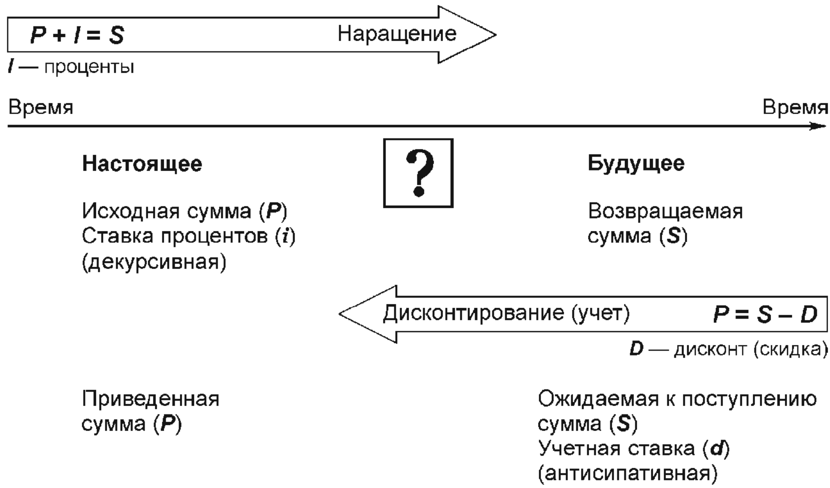


Рис. 2. Логика финансовых операций

1. Простые проценты

Рассмотрим основные понятия, используемые в финансовых операциях.

Проценты (процентные деньги) *I* — абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг в виде:

- выдачи денежной ссуды;
- продажи в кредит;
- помещения денег на сберегательный счет;
- учета векселя и т.д.

Различают два способа начисления процентов:

1) путем выплаты процентов кредитору по мере их начисления;

2) путем присоединения процентов к сумме долга.

Наращение первоначальной суммы S — процесс увеличения денег в связи с присоединением процентов к сумме долга.

В зависимости от условий контрактов по отношению к первоначальной сумме существует два способа начисления процентных ставок:

1) *простые* ставки процентов применяются к одной и той же начальной сумме на протяжении всего срока ссуды;

2) *сложные* ставки процентов применяются к сумме с начисленными в предыдущем периоде процентами.

Процентные ставки, указываемые в контрактах, могут быть двух видов:

- *постоянными*, т.е. не изменяющимися с течением времени;
- *переменными* (*«плавающими»*) — значение ставки может быть равно сумме некоторой изменяющейся во времени базовой величины и надбавки к ней (*маржи*).

1.1. Наращение по простым процентам

Наращенная сумма ссуды (долга, депозита и др.) — это первоначальная ее сумма вместе с начисленными на нее к концу срока процентами.

Введем обозначения:

P — первоначальная сумма денег, ден. ед.;

i — ставка простых процентов, % или доли (в расчетных формулах обычно используются доли).

С учетом введенных обозначений проценты, начисленные за один период, будут равны Pi, а за n периодов — соответственно Pni. Тогда можно записать:

$$I = Pni. \tag{1}$$

Изменение суммы долга в течение n периодов с начисленными простыми процентами описывается арифметической прогрессией, членами которой являются величины:

$$P,\ P + Pi = P(1 + i),\ P(1 + i) + Pi = P(1 + 2i),\ ...,\ P(1 + ni).$$

Первый член этой прогрессии равен P, разность равна Pi, последний член прогрессии определяется формулой

$$S = P(1 + ni), \tag{2}$$

которую называют *формулой наращения по простым процентам*, или формулой простых процентов.

Выражение в скобках $(1 + ni)$ является *множителем наращения*, который показывает, во сколько раз наращенная сумма S больше первоначальной суммы P.

Наращенную сумму S можно представить в виде двух слагаемых: первоначальной суммы P и суммы процентов I:

$$S = P + I. \tag{3}$$

▷ **Пример 1.** Ссуда в размере 100 000 руб. выдана на срок 1,5 года при ставке простых процентов, равной 15% годовых.

Определить проценты и сумму накопленного долга при единовременном погашении ссуды по истечении срока.

Известны:
P = 100 000 руб.;
n = 1,5 года;
i = 0,15, или 15%.

Найти: $\boldsymbol{I}$ = ?, $\boldsymbol{S}$ = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств*.

Для расчета процентов воспользуемся формулой (1):

$$I = Pni = 100\,000 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}15 = 22\,500 \text{ руб.}$$

— проценты за пользование ссудой в течение 1,5 лет.

По формуле (2) находим сумму накопленного долга:

$$S = P(1 + ni) = 100\,000 \cdot (1 + 1{,}5 \cdot 0{,}15) = 122\,500 \text{ руб.}$$

Другой способ расчета наращенной суммы — по формуле (3):

$$S = P + I = 100\,000 + 22\,500 = 122\,500 \text{ руб.}$$

— сумма накопленного долга по истечении 1,5 лет.

2-й вариант. Расчетные формулы и результаты вычисления в среде Excel представлены на рис. 3.

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Специальная функция для вычисления простых процентов в среде Excel отсутствует. ▶

* В качестве подручных средств могут использоваться калькуляторы или другие вычислительные устройства.

	A	B	C	D	E	F	G
1		**Дано**			**Решение**		
2	*P* =	100000	руб				
3	*i* =	0,15		1) Расчет процентов			
4	*n* =	1,5	года		*I* =	*Pni* =	=B2*B3*B4
5							
6	*I* =	?		2) Расчет наращенной суммы			
7	*S* =	?			*S* =	*P(1+ni)* =	=B2*(1+B4*B3)
8					или		
9					*S* =	*P + I* =	=B2+G4

а

	A	B	C	D	E	F	G
2	*P* =	100000	руб				
3	*i* =	15,00%		1) Расчет процентов			
4	*n* =	1,5	года		*I* =	*Pni* =	22 500,00р.
5							
6	*I* =	?		2) Расчет наращенной суммы			
7	*S* =	?			*S* =	*P(1+ni)* =	122 500,00р.
8					или		
9					*S* =	*P + I* =	122 500,00р.

б

Рис. 3. Результаты решения задачи:
а — расчетные формулы, *б* — результаты вычислений

1.2. Практика начисления простых процентов

Ставка процентов обычно устанавливается в расчете за год. При продолжительности ссуды менее года, когда необходимо выяснить, какая часть процента уплачивается кредитору, срок ссуды n выражается в виде дроби:

$$n = t/K, \tag{4}$$

где n — срок ссуды, измеренный в долях года;
K — число дней в году (временна́я база);
t — срок операции (срок пользования ссудой) в днях.

В зависимости от того, какое количество дней в году принимается за базу, различают два вида процентов:

1) *обыкновенный процент* (*коммерческий*), когда число дней в году принимается равным 360, т.е. 12 месяцев по 30 дней;

2) *точный процент* получают, когда за базу берут действительное число дней в году – 365 или 366.

В зависимости от числа дней пользования ссудой различают два способа начисления процентов:

1) *точный способ* – вычисляется фактическое число дней между двумя датами;

2) *приближенный способ* – продолжительность ссуды определяется числом месяцев и дней ссуды, когда все месяцы содержат по 30 дней.

Замечание. Следует помнить, что в обоих случаях дата выдачи и дата погашения долга считается за один день.

С учетом этого на практике могут применяться три варианта расчета процентов:

1) точные проценты с точным числом дней ссуды (английская практика);

2) обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды (французская практика);

3) обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды (германская практика).

Замечание. Вариант расчета с точными процентами и приближенным измерением времени ссуды не применяется.

▷ **Пример 2.** Ссуда в размере 100 000 руб. выдана на срок с 21 января 2009 г. до 3 марта 2009 г. при ставке простых процентов, равной 15% годовых.

Рассчитать:
1) точные проценты с точным числом дней ссуды;
2) обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды;
3) обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды.

Известны:
P = 100 000 руб.;
$T_{нач}$ = 21 января 2009 г.;
$T_{кон}$ = 03 марта 2009 г.;
i = 0,15, или 15%.

Найти: $I_1 = ?$, $I_2 = ?$, $I_3 = ?$

Решение

1-й вариант. Для вычисления процентов с помощью подручных вычислительных средств воспользуемся формулой (1) с учетом формулы (4):

$$I = Pni = P(t/K)i.$$

Предварительно по таблице Приложения 1 либо по календарю рассчитаем точное число дней между двумя датами: $t = 62 - 21 = 41$ день, тогда получим:

1) $K = 365$, $t = 41$, $I_1 = 100\,000 \cdot (41/365) \cdot 0{,}15 = 1684{,}93$ руб.;
2) $K = 360$, $t = 41$, $I_2 = 100\,000 \cdot (41/360) \cdot 0{,}15 = 1708{,}33$ руб.

Приближенное число дней составит 42 дня (январь 9 дней + февраль 30 дней + март 3 дня), тогда начисленные проценты будут равны:

3) $K = 360$, $t = 42$, $I_3 = 100\,000 \cdot (42/360) \cdot 0{,}15 = 1750{,}00$ руб.

Следует обратить внимание на то, что для каждого случая получили свой результат.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам воспользуемся функцией ДОЛЯГОДА (находится в категории «Дата и время»). Данная функция возвращает долю года, которую составляет количество дней между двумя датами (начальной и конечной).

Если функция недоступна или возвращает ошибку #ИМЯ?, то необходимо подключить надстройку «Пакет анализа»:

- для Excel 97–2003: меню «Сервис» ⇒ команда «Надстройки» ⇒ «Пакет анализа» ⇒ выбор подтвердить нажатием кнопки ОК;
- для Excel 2007: меню «Главная» (правая клавиша «мыши») ⇒ «Настройка панели быстрого доступа...» ⇒ «Параметры Excel» ⇒ «Надстройки» ⇒ «Перейти» ⇒ «Пакет анализа».

Синтаксис функции: ДОЛЯГОДА(нач_дата; кон_дата; базис).

Аргументы функции:

нач_дата — начальная дата;

кон_дата — конечная дата;

базис — используемый способ вычисления дня.

Возможные значения базиса при различных способах вычисления приведены в табл. 1.

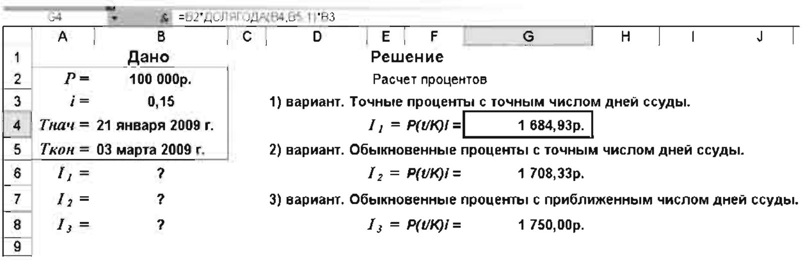
Если базис < 0 или базис > 4, то функция ДОЛЯГОДА возвращает значение ошибки #ЧИСЛО!.

Таблица 1

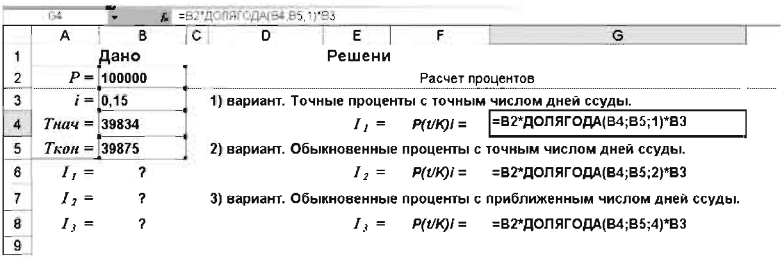
Значения базиса для функции ДОЛЯГОДА

Базис	Способ вычисления дня
0 или опущен	Американский (NASD) 30/360
1	Фактический/фактический
2	Фактический/360
3	Фактический/365
4	Европейский 30/360

Результаты вычисления по формулам в среде Excel и расчетные формулы приведены на рис. 4.



а



б

Рис. 4. Расчетные формулы и результаты вычислений в среде Excel:

а — лист с результатами расчета; б — лист с расчетными формулами в режиме проверки формул

Числовой формат ячеек B4 и B5 задается с учетом выбора одного из возможных типов представления дат, приведенных в диалоговом окне «Формат ячеек» (рис. 5).

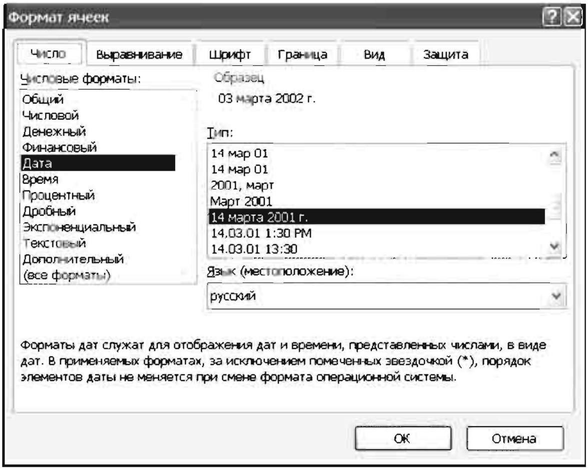


Рис. 5. Диалоговое окно «Формат ячеек» в среде Excel для выбора типа даты

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Специальная финансовая функция в Excel для вычисления простых процентов отсутствует. ▶

1.3. Простые переменные ставки

В кредитных соглашениях могут предусматриваться процентные ставки, дискретно изменяющиеся во времени. В этом случае формула для расчета наращенной суммы принимает следующий вид:

$$S = P(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \ldots) = P(1 + \sum n_t i_t), \tag{5}$$

где P — первоначальная сумма (ссуда);
i_t — ставка простых процентов в периоде с номером t;
n_t — продолжительность периода начисления t по ставке i_t.

▷ **Пример 3.** В договоре, рассчитанном на год, принята ставка простых процентов на первый квартал в размере 16% годовых, причем в каждом последующем квартале она на 1% меньше, чем в предыдущем.

Определить множитель наращения за весь срок договора.

Известны:
$n_1 = 0{,}25$, $i_1 = 0{,}16$;
$n_2 = 0{,}25$, $i_2 = 0{,}15$;
$n_3 = 0{,}25$, $i_3 = 0{,}14$;
$n_4 = 0{,}25$, $i_4 = 0{,}13$.
Найти: $(1 + \sum n_t i_t) = ?$

Решение

1-й вариант. Вычисление множителя наращения производим по формуле (5) с помощью подручных вычислительных средств:

$$(1 + \sum n_t i_t) = 1 + 0{,}25 \cdot 0{,}16 + 0{,}25 \cdot 0{,}15 + 0{,}25 \cdot 0{,}14 + 0{,}25 \cdot 0{,}13 = 1{,}145.$$

2-й вариант. Вычисления в Excel, выполненные по формуле (5) с использованием математической функции СУММПРОИЗВ, приведены на рис. 6.

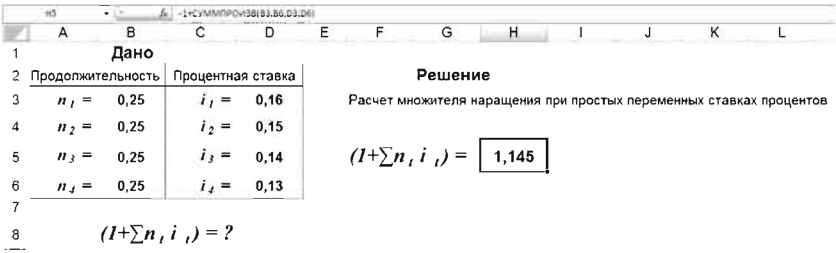


Рис. 6. Результаты вычислений множителя наращения
(в ячейку H5 введена формула: =1+СУММПРОИЗВ(B3:B6;D3:D6))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Специальная функция в Excel для вычисления простых процентов с переменными ставками отсутствует. ▶

1.4. Дисконтирование и учет по простым ставкам

В практике часто приходится решать задачу, обратную наращению процентов, когда по заданной сумме S, соответствующей концу финансовой операции, требуется найти исходную сумму P.

Расчет P по S называется *дисконтированием* суммы S (см. рис. 2).

Величину P, найденную дисконтированием, называют *современной величиной* (*текущей стоимостью*) суммы S .

Дисконт (*скидка*) D — это проценты, полученные в виде разности:

$$D = S - P. \quad (6)$$

В финансовых вычислениях используют два вида дисконтирования:

1) математическое дисконтирование;

2) банковский (коммерческий) учет.

1.4.1. Математическое дисконтирование

Математическое дисконтирование представляет собой решение задачи, обратной наращению первоначальной ссуды. Если в прямой задаче рассчитывается наращенная сумма $S = P(1 + ni)$, то в обратной — первоначальная сумма

$$P = S/(1 + ni). \quad (7)$$

Здесь дробь в правой части равенства при величине S называется *дисконтным множителем*. Он показывает, какую долю составляет первоначальная сумма ссуды в окончательной величине долга.

▷ **Пример 4.** Через 90 дней после подписания договора должник уплатит 1 000 000 руб. Кредит выдан под 20% годовых (проценты обыкновенные).

Рассчитать первоначальную сумму и дисконт.

Известно:
S = 1 000 000 руб.;
$n = t/K = 90/360$;
i = 0,20, или 20%.
Найти: P = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. Последовательно воспользуемся формулами (6) и (7):

$$P = S/(1 + ni) = 1\,000\,000/(1 + 0{,}20 \cdot 90/360) = 952\,380{,}95 \text{ руб.};$$

$$D = S - P = 1\,000\,000 - 952\,380{,}95 = 47\,619{,}05 \text{ руб.}$$

2-й вариант. Вычисления в Excel выполнены по формулам (6) и (7) и представлены на рис. 7.

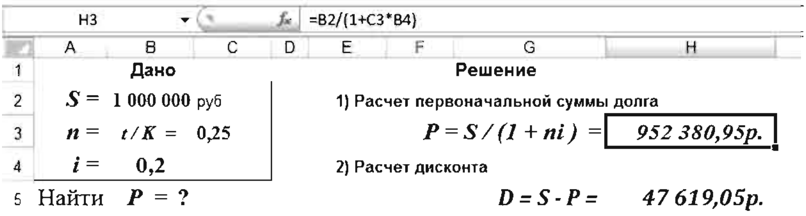


Рис. 7. Результаты вычислений первоначальной суммы *P* и дисконта *D* в среде Excel
(в ячейку H3 введена формула: =B2/(1+C3*B4))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Специальные функции в Excel для выполнения расчетов по операциям дисконтирования и учета по простым ставкам не предусмотрены. ▶

1.4.2. Банковский (коммерческий) учет

Банковский, или *коммерческий*, *учет* (учет векселей) заключается в том, что банк до наступления срока платежа по векселю или другому платежному обязательству покупает его у владельца (являющегося кредитором) по цене ниже той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока, т.е. приобретает (учитывает) его с дисконтом.

Для расчета процентов при учете векселей применяется *учетная ставка*, которая обозначается символом d. По определению, простая годовая учетная ставка находится по формуле:

$$d = \frac{S - P}{Sn}. \tag{8}$$

Размер дисконта или учета, удерживаемого банком, равен

$$D = Snd. \tag{9}$$

Тогда векселедержатель получит сумму, равную

$$P = S - D = S - Snd = S(1 - nd) = S(1 - (t/K)d). \tag{10}$$

Множитель $(1 - nd)$ называется *дисконтным множителем*. Срок n измеряет период времени от момента учета векселя до даты его погашения в годах. Дисконтирование по учетной ставке производится чаще всего при условии, что год равен 360 дням.

▷ **Пример 5.** Через 90 дней предприятие должно получить по векселю 1 000 000 рублей. Банк приобрел этот вексель с дисконтом. Банк учел вексель по учетной ставке 20% годовых (год равен 360 дням).

Определить дисконт D и полученную предприятием сумму P.

Известно:
S = 1 000 000 руб.;
n = 90 дней;
d = 0,20, или 20%.
Найти: D = ?, P = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств.

Для вычисления дисконта воспользуемся формулой (9):

$D = Snd$ = 1 000 000·(90/360)·0,2 = 50 000 руб.

По формуле (10) рассчитаем сумму, которую предприятие получит в результате учета векселя:

$P = S - D$ = 1 000 000 – 50 000 = 950 000 руб.

2-й вариант. Вычисления в Excel выполнены по формулам (9) и (10). Общий вид листа с расчетными формулами и результатами расчетов приведен на рис. 8.

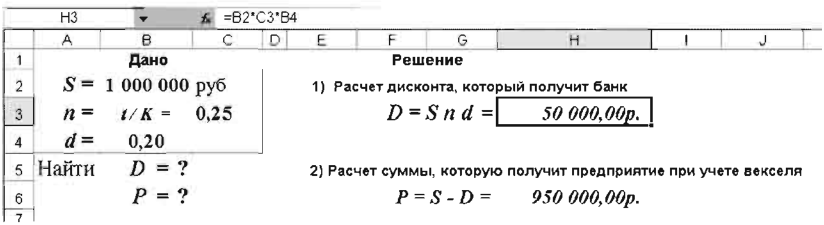


Рис. 8. Результаты вычислений дисконта *D* и суммы *P*, полученной предприятием при учете векселя в среде Excel
(в ячейку H3 введена формула: =B2*C3*B4)

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Специальные функции в Excel для выполнения расчетов по операциям банковского и коммерческого учета с простыми учетными ставками не предусмотрены. ▶

2. Сложные проценты

Сложные проценты применяются в долгосрочных финансово-кредитных операциях (сроком более одного года), если проценты не выплачиваются периодически, сразу после их начисления за прошедший интервал времени, а присоединяются к сумме долга. Присоединение начисленных процентов к сумме, которая служила базой для их определения, называют **капитализацией** процентов.

2.1. Наращение по сложным процентам с постоянной ставкой

Пусть первоначальная сумма долга равна P, тогда через один год сумма долга с присоединенными процентами составит $P(1 + i)$, через 2 года – $P(1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^2$, через n лет – $P(1 + i)^n$. Таким образом, получаем формулу наращения для сложных процентов:

$$S = P(1 + i)^n, \tag{11}$$

где S – наращенная сумма;
i – годовая ставка сложных процентов;
n – срок ссуды;
$(1 + i)^n$ – множитель наращения.

На практике обычно используют дискретные проценты (проценты, начисляемые за одинаковые интервалы времени: год, полугодие, квартал).

▷ **Пример 6.** В кредитном договоре на сумму 1 000 000 руб. и сроком на 4 года зафиксирована ставка сложных процентов, равная 20% годовых.

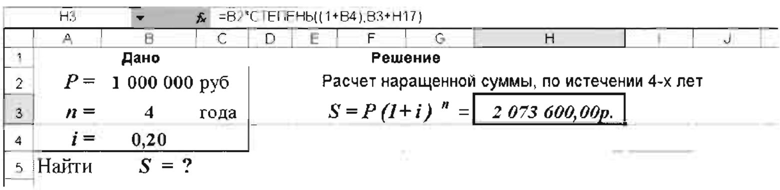
Определить наращенную сумму.

Известно:
P = 1 000 000 руб.;
n = 4 года;
i = 0,20, или 20%.
Найти: S = ?

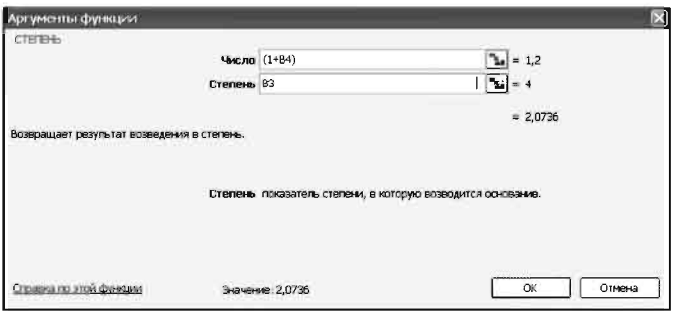
Решение

1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств произведем по формуле (11):
$S = P(1 + i)^n = 1\ 000\ 000 \cdot (1 + 0{,}2)^4 = 2\ 073\ 600$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам воспользуемся функцией СТЕПЕНЬ (находится в категории «Математические»). Данная функция возвращает результат возведения в степень (рис. 9).



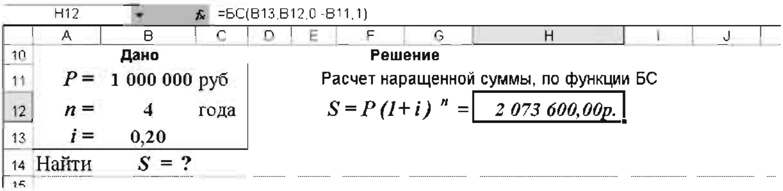
а



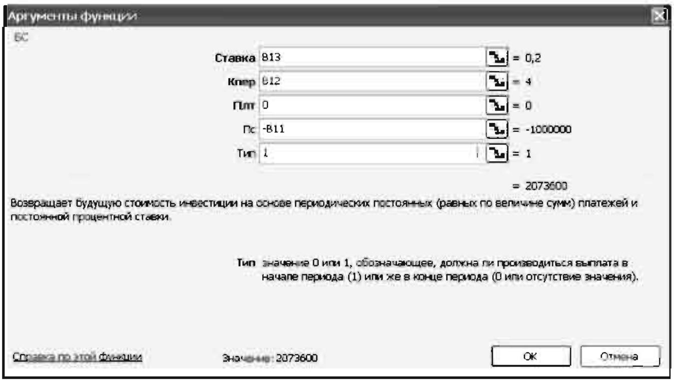
б

Рис. 9. Результаты расчета наращенной суммы *S* (*а*) и вид диалогового окна СТЕПЕНЬ с введенными данными (*б*)
(в ячейку H3 введена формула =B2*СТЕПЕНЬ((1+B4);B3))

3-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам воспользуемся функцией БС (находится в категории «Финансовые»). Данная функция возвращает результат возведения в степень (рис. 10).



а



б

Рис. 10. Результаты расчета наращенной суммы *S* по функции БС (*а*) и вид диалогового окна БС с введенными данными (*б*)
(в ячейку H12 введена формула: = БС(B13;B12;0;-B11;1))

Синтаксис функции БС (ставка; кпер; плт; пс; тип).

Ее аргументами являются:

ставка – процентная ставка за период;

кпер – общее число периодов платежей по аннуитету;

плт – выплата, производимая в каждый период; ее значение неизменно в течение всего периода выплат. Обычно плт состоит из основного платежа и платежа по процентам, но не включает других налогов и сборов. Если аргумент опущен, должно быть указано значение аргумента пс;

пс — приведенная к текущему моменту стоимость или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей. Если аргумент пс опущен, то он полагается равным 0. В этом случае должно быть указано значение аргумента плт;

тип — число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата (0 — в конце периода; 1 — в начале периода). Если аргумент «тип» опущен, то он полагается равным 0. ▶

2.2. Наращение по сложным процентам при изменении ставки во времени

Если ставка сложных процентов меняется во времени, то формула наращения имеет следующий вид:

$$S = P(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2}...(1+i_m)^{n_m} = P\prod_{k=1}^{m}(1+i_k)^{n_k}, \qquad (12)$$

где $i_1, i_2, ..., i_k$ — значения ставок процентов, действующих в соответствующие периоды времени $n_1, n_2, ..., n_k$.

▷ Пример 7. В финансовом договоре зафиксирована переменная ставка сложных процентов, определяемая как 20% годовых плюс маржа 10% в первые два года, 8% в третий год, 5% в четвертый год.

Определить величину множителя наращения за 4 года.

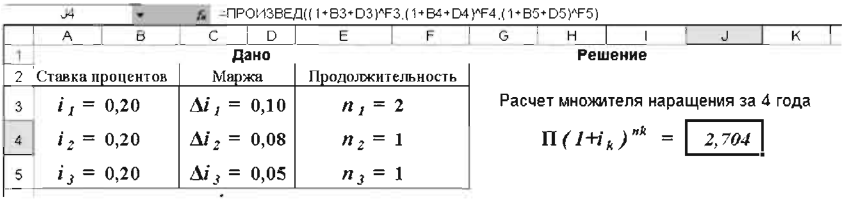
Известно:
i_1 = 0,20, или 20%;
Δi_1 = 0,10, или 10%;
n_1 = 2 года;
Δi_2 = 0,08, или 8%;
n_2 = 1 год;
Δi_3 = 0,05, или 5%;
n_3 = 1 год.
Найти: $\prod(1 + i_k)^{n_k}$ = ?

Решение

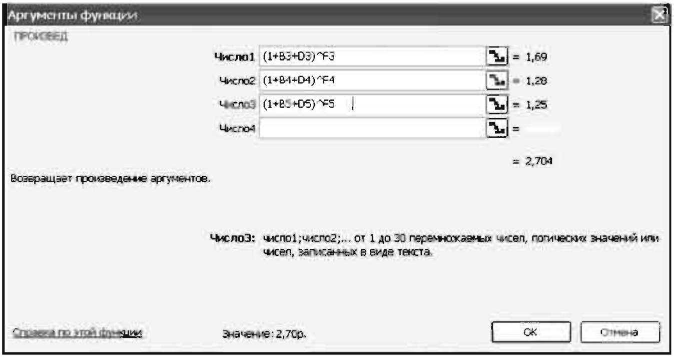
1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств произведем по формуле (12):

$\prod(1 + i_k)^{n_k} = (1 + 0,3)^2 \cdot (1 + 0,28) \cdot (1 + 0,25) = 2,704.$

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам воспользуемся функцией ПРОИЗВЕД (находится в категории «Математические»). Данная функция возвращает результат возведения в степень (рис. 11).



а

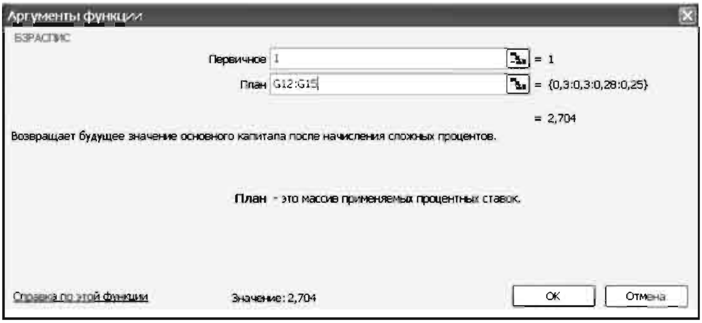


б

Рис. 11. Результаты расчета множителя наращения (*а*) и вид диалогового окна ПРОИЗВЕД с введенными данными (*б*)
(в ячейку J4 введена формула:
=ПРОИЗВЕД((1+B3+D3)^F3;(1+B4+D4)^F4;(1+B5+D5)^F5))

3-й вариант. Предварительно следует подготовить исходные данные по форме, представленной на рис. 12, *а*. Для выполнения расчетов следует воспользоваться функцией БЗРАСПИС (находится в категории «Финансовые»). Данная функция возвращает будущее значение основного капитала после начисления сложных процентов с переменной ставкой (рис. 12). Поскольку здесь рассчитывается множитель наращения, то в качестве первоначальной суммы вводится 1 (рис. 12, *б*).

а



б

Рис. 12. Результаты расчета множителя наращения (*а*) и вид диалогового окна БЗРАСПИС с введенными данными (*б*)
(в ячейку K13 введена формула: = БЗРАСПИС(1; G12:G15))

Синтаксис функции БЗРАСПИС (первичное; план).

Аргументы функции:

первичное — действительное число, задающее первоначальную стоимость инвестиции;

план — массив значений, содержащих процентные ставки.

Напомним, что для вычисления будущей стоимости с постоянной ставкой используется функция БС. ▶

2.3. Номинальная и эффективная ставки процентов

2.3.1. Номинальная ставка

Пусть годовая ставка сложных процентов равна j, а число периодов начисления в году равно m. При каждом начислении проценты капитализируются, т.е. добавляются к сумме с начисленными в предыдущем периоде процентами. Каждый раз проценты начисляют по ставке j/m. Ставка j называется *номинальной*. Начисление процентов по номинальной ставке производится по формуле:

$$S = P(1 + j/m)^N, \qquad (13)$$

где N — число периодов начисления ($N = mn$ может быть и дробным числом).

▷ **Пример 8.** Ссуда в размере 20 000 000 руб. предоставлена на 28 месяцев. Проценты сложные, ставка — 18% годовых. Проценты начисляются ежеквартально.

Вычислить наращенную сумму по истечении срока.

Известно:
P = 20 000 000 руб.;
j = 0,18, или 18%;
n = 28 месяцев = 28/12 лет;
m = 4.
Найти: S = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств произведем по формуле (13).

Всего за n лет имеем

$N = mn = 4 \cdot (28/12) = 28/3$

периодов начислений при ежеквартальном (m = 4) начислении процентов в году. По формуле (13) находим:

$S = 20\,000\,000 \cdot (1 + 0{,}18/4)^{(28/3)} = 30\,161\,206{,}25$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов воспользуемся функцией СТЕПЕНЬ (из категории «Математические»). Данная функция возвращает результат возведения в степень (рис. 13).

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Для выполнения расчетов воспользуемся функцией БС (из категории «Финансовые»). Результаты расчета приведены на рис. 14. ▶

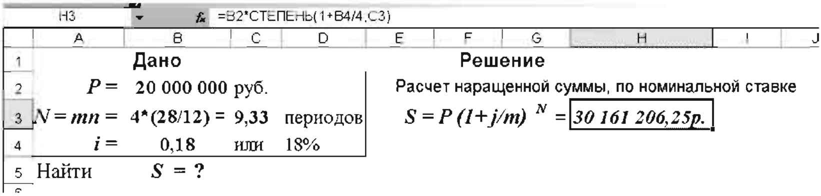


Рис. 13. Результаты расчета наращенной суммы *S* по номинальной ставке

(в ячейку H3 введена формула: =B2*СТЕПЕНЬ(1+B4/4;C3))

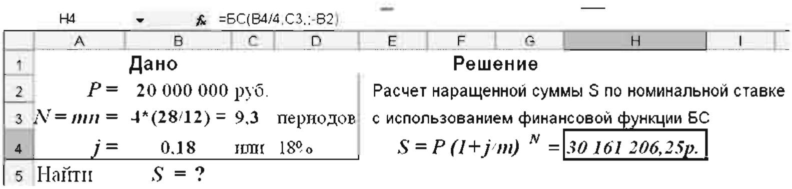


Рис. 14. Результаты расчета наращенной суммы *S* по номинальной ставке с использованием финансовой функции БС

(в ячейку H4 введена формула: =БС(B4/4;C3;;-B2))

2.3.2. Эффективная ставка

При финансовом анализе широко используется понятие эффективной ставки. Чем выше эффективная ставка финансовой операции, тем при прочих равных условиях она выгоднее кредитору.

Эффективная ставка показывает, какая годовая ставка сложных процентов дает тот же финансовый результат, что и m-разовое наращение в году по ставке j/m.

Если проценты капитализируются m раз в году, каждый раз со ставкой j/m, то, по определению, можно записать равенство для соответствующих множителей наращения:

$$(1 + i_э)^n = (1 + j/m)^{mn}, \tag{14}$$

где $i_э$, j — эффективная и номинальная ставки.

Связь между эффективной и номинальной ставками выражается соотношением

$$i_э = (1 + j/m)^m - 1. \tag{15}$$

▷ **Пример 9.** Вычислить эффективную ставку процента, если банк начисляет проценты ежеквартально, исходя из номинальной ставки 16% годовых.

Известно:
$j = 0{,}16$, или 16%.
Найти: $i_э = ?$

Решение

1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств производим по формуле (15):
$i_э = (1 + j/m)^m - 1 = (1 + 0{,}16/4)^4 - 1 = 0{,}170$, или 17,0%.

2-й вариант. Расчет эффективной ставки выполним в Excel по формуле (15), результаты расчета представлены на рис. 15.

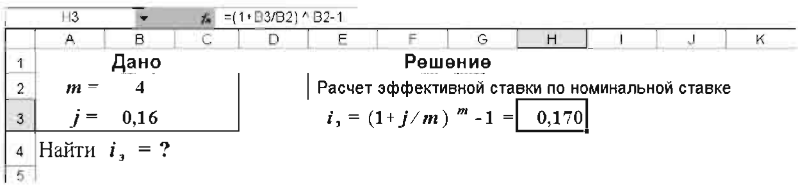


Рис. 15. Результаты расчета эффективной ставки в среде Excel
(в ячейку H3 введена формула: =(1+B3/B2)^B2-1)

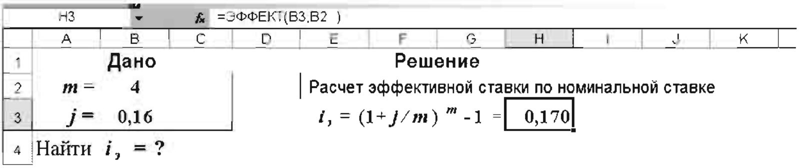
3-й вариант. Расчет эффективной ставки выполним в среде Excel с использованием функции ЭФФЕКТ (из категории «Финансовые»). Данная функция возвращает эффективную (фактическую) процентную ставку при заданной номинальной процентной ставке и количестве периодов, за которые начисляются сложные проценты (рис. 16).

Синтаксис функции ЭФФЕКТ (номинальная_ставка; кол_периодов).

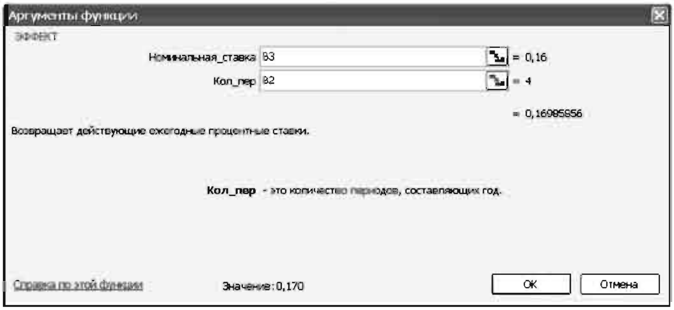
Аргументы функции:
номинальная_ставка — значение номинальной процентной ставки;
кол_периодов — количество периодов начисления. ▶

Обратная зависимость между номинальной и эффективной ставками выражена следующей формулой:

$$j = m[(1 + i_э)^{1/m} - 1]. \qquad (16)$$



а



б

Рис. 16. Результаты расчета эффективной ставки (*а*) и вид диалогового окна ЭФФЕКТ с введенными данными (*б*)
(в ячейку H3 введена формула: =ЭФФЕКТ(B3;B2))

▷ **Пример 10.** Определить, какой должна быть номинальная ставка при ежеквартальном начислении процентов, чтобы обеспечить эффективную ставку 12% годовых.

Известно:
$i_э = 0{,}12$, или 12%.
Найти: j = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств произведем по формуле (16):

$$j = m[(1 + i_э)^{1/m} - 1] = 4\cdot[(1 + 0{,}12)^{(1/4)} - 1] = 0{,}11495,\text{ или } 11{,}495\%.$$

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel воспользуемся математической функцией СТЕПЕНЬ (рис. 17).

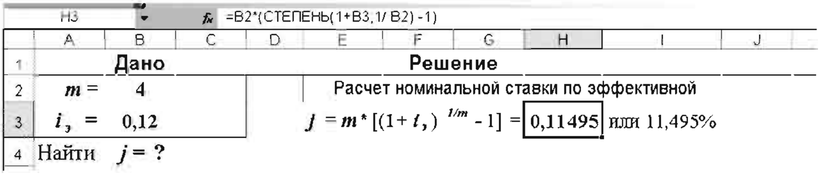
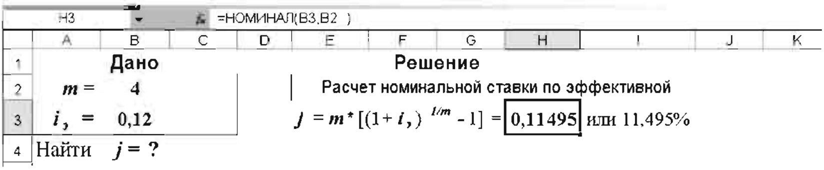
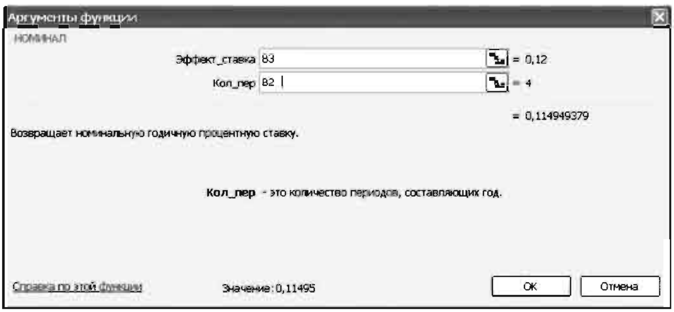


Рис. 17. Результаты расчета эффективной ставки в среде Excel
(в ячейку H3 введена формула: =B2*(СТЕПЕНЬ(1+B3;1/B2)-1))

3-й вариант. Для выполнения расчетов номинальной ставки воспользуемся функцией НОМИНАЛ (из категории «Финансовые»). Данная функция возвращает номинальную годичную ставку при заданной эффективной ставке и числе периодов, за которые начисляются проценты. Результаты расчета приведены на рис. 18.



а



б

Рис. 18. Результаты расчета номинальной ставки (*а*) и вид диалогового окна НОМИНАЛ с введенными данными (*б*)
(в ячейку H3 введена формула: =НОМИНАЛ(B3;B2))

Синтаксис функции НОМИНАЛ (эффект_ставка; кол_пер).
Аргументы функции:
эффект_ставка – значение эффективной процентной ставки,
кол_пер – количество периодов начисления. ▶

2.4. Учет (дисконтирование) по сложной ставке процентов

2.4.1. Математический учет

В этом случае решается задача, обратная наращению по сложным процентам. Запишем формулу $S = P(1 + i)^n$ для наращения по сложной ставке с начислением процентов один раз в году и перепишем ее относительно P:

$$P = S/(1 + i)^n = Sv^n, \tag{17}$$

где дробь

$$v^n = 1/(1 + i)^n \tag{18}$$

является учетным, или дисконтным, множителем.

▷ **Пример 11.** Через 5 лет предприятию будет выплачена сумма 1 000 000 руб.

Определить ее современную стоимость при условии, что применяется ставка сложных процентов 14% годовых.

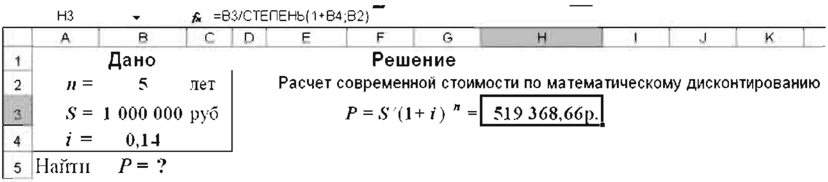
Известно:
$n = 5$ лет;
$S = 1\,000\,000$ руб.;
$i = 0{,}14$, или 14%.
Найти: $P = ?$

Решение

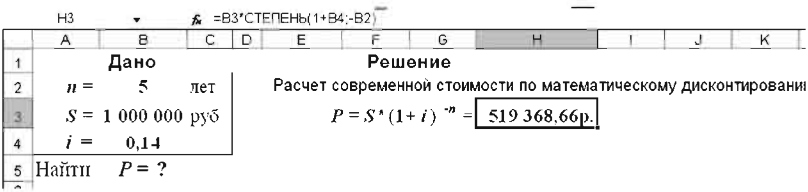
1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств выполним по формуле (17):
$P = S/(1 + i)^n = 1\,000\,000/(1 + 0{,}14)^5 = 519\,368{,}66$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов в Excel по формулам воспользуемся математической функцией СТЕПЕНЬ. На рис. 19 приведены два варианта использования данной функции.

3-й вариант. Для выполнения расчетов по встроенным в Excel функциям воспользуемся финансовой функцией ПС (рис. 20). Данная функция возвращает приведенную стоимость инвестиции при условии периодических равных по величине платежей и постоянной процентной ставки.

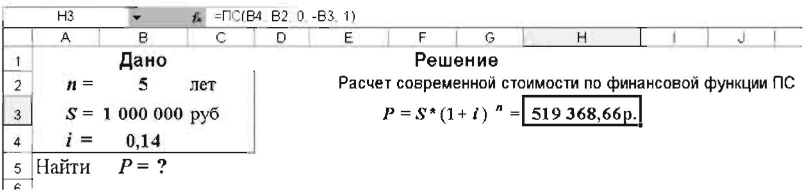


а

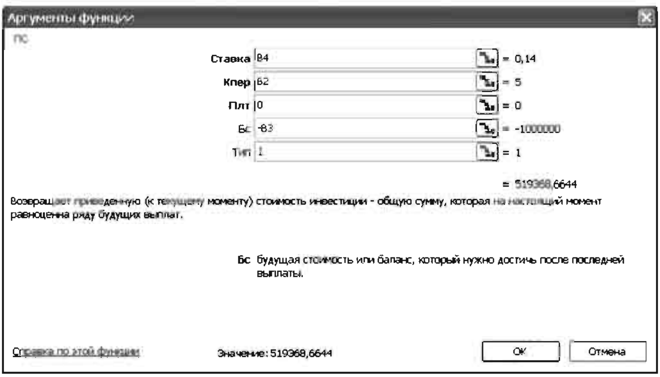


б

Рис. 19. Результаты расчета современной стоимости в среде Excel
(в ячейку Н3 введена формула: *а*) =B3/СТЕПЕНЬ(1+B4;B2);
б) =B3*СТЕПЕНЬ(1+B4;-B2))



а



б

Рис. 20. Результаты расчета современной стоимости (*а*) и вид диалогового окна ПС с введенными данными (*б*)
(в ячейку Н3 введена формула: =ПС(B4;B2;0;-B3;1))

Синтаксис функции ПС (ставка; кпер; плт; бс; тип).

Аргументы функции:

ставка — значение процентной ставки за один период;

кпер — количество периодов начисления;

плт — величина платежа (можно опускать, когда аргумент принимает нулевое значение);

бс — необязательный аргумент, задает будущую стоимость или остаток средств после последней выплаты;

тип — необязательный аргумент (принимает значение 0, когда выплаты производятся в конце периода, значение 1, когда выплаты производятся в начале периода). ▶

При начислении процентов m раз в году используется формула:

$$P = S/(1 + j/m)^{nm} = Sv^{nm}, \tag{19}$$

где

$$v^{nm} = 1/(1 + j/m)^{nm} \tag{20}$$

— дисконтный множитель.

Величину P, полученную дисконтированием S, называют *современной*, или *текущей*, *стоимостью*, или *приведенной величиной* S.

Суммы P и S эквивалентны в том смысле, что платеж в сумме S через n лет равноценен сумме P, выплачиваемой в настоящий момент. Здесь разность $D = S - P$ называется *дисконтом*.

2.4.2. Банковский учет. Сложная учетная ставка

В этом случае предполагается использование сложной учетной ставки. Дисконтирование по сложной учетной ставке осуществляется по формуле:

$$P = S(1 - d_{сл})^n, \tag{21}$$

где $d_{сл}$ — сложная годовая учетная ставка.

Дисконт в этом случае будет равен:

$$D = S - P = S - S(1 - d_{сл})^n = S[1 - (1 - d_{сл})^n]. \tag{22}$$

При использовании сложной учетной ставки процесс дисконтирования происходит с прогрессирующим замедлением, так как учетная ставка каждый раз применяется к сумме, уменьшенной за предыдущий период на величину дисконта.

▷ **Пример 12.** Через 5 лет по векселю должна быть выплачена сумма 1 000 000 руб. Банк учел вексель по сложной учетной ставке 10% годовых.

Определить сумму, которую получит векселедержатель, и дисконт, который получит банк по истечении срока векселя.

Известно:
n = 5 лет;
S = 1 000 000 руб.;
i = 0,14, или 14%.
Найти: P = ?, D = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам (21) и (22) с помощью подручных вычислительных средств.

Расчет суммы, которую получит векселедержатель, производится по формуле (21):

$$P = S(1 - d_{сл})^n = 1\,000\,000 \cdot (1 - 0{,}10)^5 = 590\,490{,}00 \text{ руб.}$$

Расчет дисконта, который получит банк, произведем по формуле (22):

$$D = S - P = 1\,000\,000 - 590\,490 = 409\,510 \text{ руб.}$$

2-й вариант. Расчеты в Excel по формулам (21) и (22) с использованием математической функции СТЕПЕНЬ (рис. 21).

H3 | =B3*СТЕПЕНЬ(1-B4,B2)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Дано				Решение		
2	n =	5	лет		1) Рассчитываем сумму, которую получит векселедержатель			
3	S =	1 000 000	руб			$P = S*(1- d_{сл})^n$ =		590 490,00р.
4	i =	0,10			2) Рассчитаем дисконт			
5	Найти	P = ?			$D = S - P$ =			409 510,00р.
6		D = ?						

Рис. 21. Результаты расчета значений *P* и *D* в среде Excel
(в ячейку H3 введена формула: =B3*СТЕПЕНЬ(1-B4;B2))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Готовые финансовые функции для решения подобных задач в Excel не найдены. ▶

3. Потоки платежей

Финансовые контракты могут предусматривать не отдельные разовые платежи, а серию платежей, распределенных во времени (регулярные выплаты). Например, погашение долгосрочного кредита вместе с начисленными на него процентами; периодические взносы на расчетный счет, на котором формируется некоторый фонд различного назначения (инвестиционный, пенсионный, страховой, резервный, накопительный и т.д.); дивиденды, выплачиваемые по ценным бумагам; выплаты пенсий из пенсионного фонда и пр.

Поток платежей представляет собой ряд последовательных выплат и поступлений, причем выплаты выражаются отрицательными величинами, а поступления — положительными.

Обобщающими характеристиками потока платежей являются наращенная сумма и современная величина.

Наращенная сумма потока платежей (*S*) — это сумма всех членов последовательности платежей *R* с начисленными на них процентами к концу срока ренты.

Логика финансовых операций по определению наращенной суммы *S* величины потока платежей отражена на рис. 22.

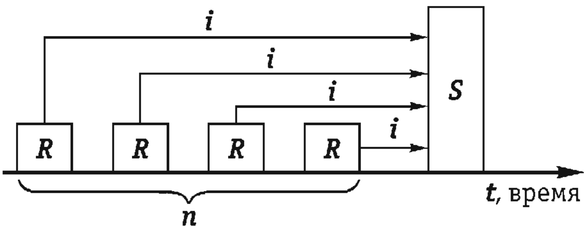


Рис. 22. Схема формирования наращенной суммы *S* потока платежей

Современная величина потока платежей (*A*) — сумма всех его членов *R*, дисконтированных (приведенных) на некоторый момент времени, совпадающих с началом потока платежей или предшествующих ему.

Логику финансовых операций по определению современной суммы *A* величины потока платежей легко понять из рис. 23.

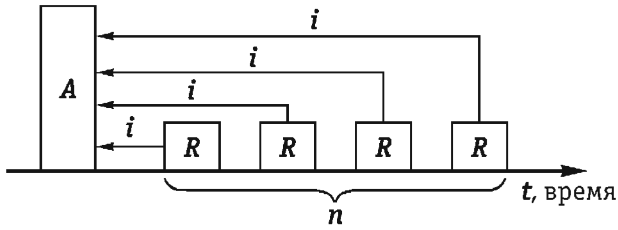


Рис. 23. Схема дисконтирования потока платежей (получения их современной суммы A)

Приведенные обобщающие характеристики S и A определяются природой потока платежей, причиной, его порождающей. Например, в качестве наращенной суммы S может выступать итоговый размер создаваемого инвестиционного или какого-либо другого фонда или общая сумма задолженности. Современная величина A может характеризовать приведенную прибыль, приведенные издержки и пр.

3.1. Финансовые ренты и их классификация

Финансовой рентой, или **аннуитетом**, называют поток платежей, все члены которого положительные величины, а временны́е интервалы постоянны.

Финансовая рента имеет следующие параметры:

- *член ренты* (R) — величина каждого отдельного платежа;
- *период ренты* (t) — временно́й интервал между двумя соседними платежами;
- *срок ренты* (n) — время, измеренное от начала финансовой ренты до конца ее последнего периода;
- *процентная ставка* (i) — ставка, используемая при наращении или дисконтировании платежей, образующих ренту.

3.1.1. Виды финансовых рент

Классификация рент может быть произведена по различным признакам.

В зависимости от продолжительности периода ренты делят на два вида:

1) *годовые* — ренты выплачиваются ежегодно, один раз в году ($p = 1$), при этом период ренты равен одному году ($t = 1$);

2) *p-срочные* — выплата рент производится p раз в году ($p > 1$) равными платежами R, в связи с этим период ренты t может быть как более, так и менее одного года.

По числу начислений процентов m различают следующие виды рент:

- с начислением один раз в году ($m = 1$);
- с начислением m раз в году ($m > 1$);
- с непрерывным начислением.

Моменты начисления процентов могут совпадать ($m = p$) и не совпадать с моментами рентных платежей ($m \neq p$).

По величине членов различают два вида рент:

1) *постоянные* ренты — имеют равные члены, когда величина каждого платежа остается неизменной во времени, т.е. R = const (рис. 22);

2) *переменные* ренты — размер платежей может быть произвольным, т.е. R = var, или изменяться по какому-либо математическому закону (рис. 24).

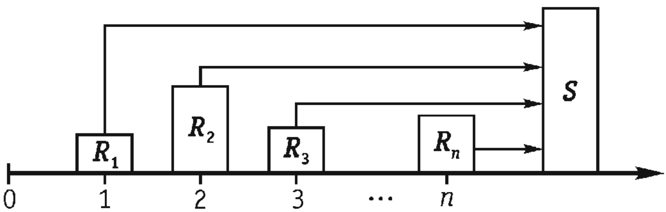


Рис. 24. Схема формирования наращенной суммы S потока платежей с неравными платежами R_i

По вероятности выплаты членов различают два вида рент:

1) *верные* ренты — подлежат безусловной выплате, они не зависят ни от каких условий (например, погашение кредита);

2) *условные* ренты — выплата зависит от наступления некоторого случайного события. Поэтому число ее членов заранее неизвестно. Например, число выплат пенсий зависит от продолжительности жизни пенсионера.

По числу членов различают ренты:

- *ограниченные* — с заранее известным конечным числом членов;

▪ *бесконечные* (вечные) — число членов ренты заранее неизвестно. В качестве вечной ренты можно рассматривать выплаты по облигационным займам с неограниченными или нефиксированными сроками.

В зависимости от наличия сдвига момента начала ренты по отношению к началу действия контракта или какому-либо другому моменту ренты подразделяются на два типа:

1) *немедленные* — начало действия контракта начинается сразу же после его подписания;

2) *отложенные* (*отсроченные*) — начало действия контракта сдвигается на более поздние сроки.

По моменту выплаты платежей выделяют два вида рент:

1) *обычные* (*постнумерандо*) — платежи осуществляются в конце каждого периода (наиболее часто встречаются), рис. 25, *а*;

2) *авансовые* (*пренумерандо*) — выплаты производятся в начале каждого периода (рис. 25, *б*).

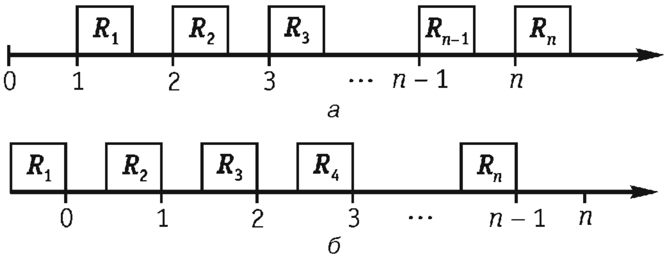


Рис. 25. Виды рент по моменту поступления платежей:
а — ренты обычные (постнумерандо); *б* — ренты авансовые (пренумерандо)

По совпадению периода ренты с периодом начисления процентов различают ренты:

▪ *простые* — период ренты совпадает с периодом начисления процентов;

▪ *общие* — период ренты и период начисления процентов могут быть произвольными.

В финансовых соглашениях может оговариваться возможность поступления платежей и в середине каждого периода.

Анализ потоков платежей в большинстве случаев предполагает расчет наращенной суммы S или современной величины ренты A.

3.2. Наращенные суммы для финансовых рент

3.2.1. Обычная годовая рента

Пусть в конце каждого года в течение n лет на расчетный счет вносится по R рублей, сложные проценты начисляются один раз в году по ставке i. В этом случае первый взнос к концу срока ренты возрастет до величины $R(1 + i)^{n-1}$, так как на сумму R проценты начислялись в течение $(n - 1)$ года. Второй взнос увеличится до $R(1 + i)^{n-2}$ и т.д.

На последний взнос проценты не начисляются. Таким образом, в конце срока ренты ее наращенная сумма будет равна сумме членов геометрической прогрессии:

$$S = R + R(1 + i) + R(1 + i)^2 + \dots + R(1 + i)^{n-1},$$

в которой первый член равен R, знаменатель — $(1+ i)$, а число членов — n.

Отсюда:

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R\frac{(1+i)^n - 1}{i} = Rs_{n;i}, \tag{23}$$

где $s_{n;i} = \dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$ — коэффициент наращения ренты, который зависит только от срока ренты n и уровня процентной ставки i.

▷ **Пример 13.** В течение трех лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по 10 млн руб., на которые один раз в год начисляются проценты по сложной ставке 10% годовых.

Определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

Известно:
$n = 3$ года;
$R = 10\ 000\ 000$ руб.;
$i = 0{,}10$.
Найти: $S = ?$

Решение

1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств производятся по формуле (23):
$S = 10\ 000\ 000 \cdot [(1 + 0{,}1)^3 - 1]/0{,}1 = 33\ 100\ 000{,}00$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов в Excel по формулам дополнительно воспользуемся математической функцией СТЕПЕНЬ (рис. 26).

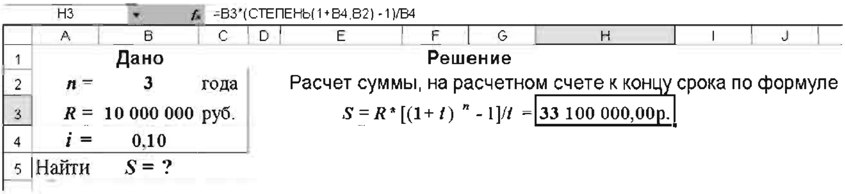


Рис. 26. Результаты расчета наращенной суммы *S*
(в ячейку H3 введена формула: =B3*(СТЕПЕНЬ(1+B4;B2)-1)/B4)

3-й вариант. Для расчетов наращенной суммы S воспользуемся функцией БС (из категории «Финансовые»). Данная функция возвращает будущую стоимость инвестиции на основе периодических равных по величине платежей и постоянной процентной ставки (рис. 27).

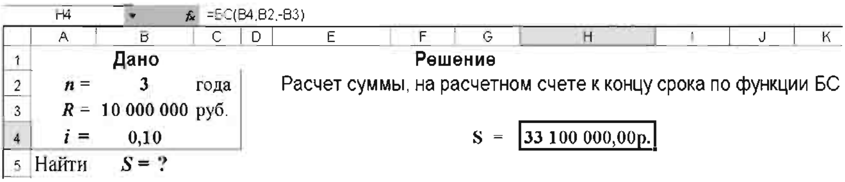


Рис. 27. Результаты расчета наращенной суммы *S* по функции БС
(в ячейку H4 введена формула: = БС(B4;B2;-B3))

Синтаксис функции БС рассмотрен ранее (см. § 2.3). ▶

3.2.2. Годовая рента с начислением процентов *m* раз в году

Если платежи делают один раз в конце года, а проценты начисляют m раз в году, то каждый раз применяется ставка j/m, где j — номинальная ставка процентов. Тогда члены ренты с начисленными до конца срока процентами имеют вид:

$$R(1+j/m)^{m(n-1)},\ R(1+j/m)^{m(n-2)},\ \ldots,\ R.$$

Если читать последнюю формулу справа налево, то можно увидеть геометрическую прогрессию, у которой R — первый член, $(1 + j/m)^m$ – знаменатель, а n — число членов.

Сумма членов этой прогрессии представляет собой наращенную сумму ренты:

$$S = R[(1 + j/m)^{mn} - 1]/[(1 + j/m)^m - 1]. \qquad (24)$$

▷ **Пример 14.** В течение трех лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по 10 млн руб., на которые ежеквартально ($m = 4$) начисляются проценты по сложной ставке 10% годовых.

Определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

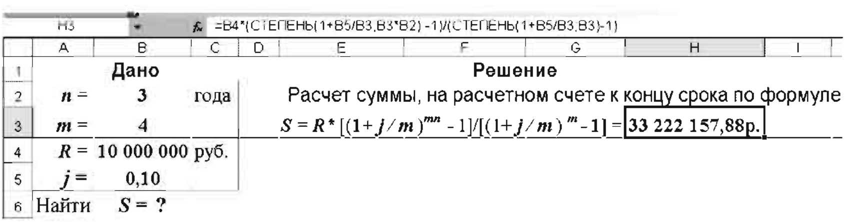
Известно:
$n = 3$ года;
$m = 4$;
$R = 10\,000\,000$ руб.;
$j = 0{,}10$.
Найти: $S = ?$

Решение

1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств произведем по формуле (24):

$S = 10\,000\,000 \cdot [(1 + 0{,}1/4)^{(4 \cdot 3)} - 1]/[(1 + 0{,}1/4)^4 - 1] =$
$= 33\,222\,157{,}88$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в Excel дополнительно используем математическую функцию СТЕПЕНЬ (рис. 28).


H3 =B4*(СТЕПЕНЬ(1+B5/B3,B3*B2)-1)/(СТЕПЕНЬ(1+B5/B3,B3)-1)

	A	B	C	D	E–G	H
1	Дано				Решение	
2	n =	3	года		Расчет суммы, на расчетном счете к концу срока по формуле	
3	m =	4			$S = R * [(1+j/m)^{mn} - 1]/[(1+j/m)^m - 1] =$	33 222 157,88р.
4	R =	10 000 000	руб.			
5	j =	0,10				
6	Найти	S = ?				

Рис. 28. Результаты расчета суммы *S* к концу указанного срока в Excel
(в ячейку H3 введена формула:
=B4*(СТЕПЕНЬ(1+B5/B3;B3*B2)-1)/(СТЕПЕНЬ(1+B5/B3;B3)-1))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. В Excel отсутствует готовая финансовая функция для решения данной задачи. ▶

3.2.3. Рента *p*-срочная с начислением процентов один раз в году (*m* = 1)

Когда рента выплачивается p раз в году равными платежами, а проценты начисляются один раз в конце года и известна R – годовая сумма платежей, то размер отдельного платежа будет равен R/p. Для получения формулы наращенной суммы рассмотрим последовательность платежей с начисленными до конца срока процентами как геометрическую прогрессию, записанную в обратном порядке:

$$\frac{R}{p}(1+i)^{n-1/p},\ \frac{R}{p}(1+i)^{n-2/p},\ \frac{R}{p}(1+i)^{n-3/p},\ \ldots,\ \frac{R}{p},$$

у которой R/p – первый член, $(1+i)^{1/p}$ – знаменатель, np – общее число членов.

С учетом этого наращенная сумма ренты будет равна сумме членов геометрической прогрессии:

$$S=\frac{R}{p}\cdot\frac{(1+i)^{(1/p)np}-1}{(1+i)^{1/p}-1}=\frac{R}{p}\cdot\frac{(1+i)^{n}-1}{[(1+i)^{1/p}-1]}=Rs_{n;i}^{(p)}, \qquad (25)$$

где $s_{n;i}^{(p)}=\dfrac{(1+i)^{n}-1}{p[(1+i)^{1/p}-1]}$ – коэффициент наращения p-срочной ренты при $m = 1$.

▷ **Пример 15.** В течение трех лет на расчетный счет в конце каждого квартала поступают платежи равными долями из расчета 10 млн руб. в год, т.е. по 10/4 млн руб. в квартал, на которые в конце каждого года начисляются проценты по сложной ставке 10% годовых.

Определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

Известно:
n = 3 года;
m = 1;
R = 10 000 000 руб.;

$p = 4$;
$i = 0{,}10$.
Найти: S = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств произведем по формуле (25):
$S = (10\,000\,000/4)\cdot[(1 + 0{,}1)^3 - 1]/[(1 + 0{,}1)^{1/4} - 1] =$
$= 34\,316\,607{,}35$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel используем математическую функцию СТЕПЕНЬ (рис. 29).

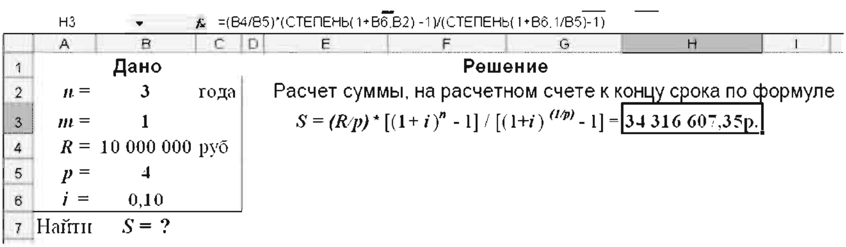


Рис. 29. Результаты расчета в Excel суммы на расчетном счете к концу указанного срока
(в ячейку H3 введена формула:
=(B4/B5)*(СТЕПЕНЬ(1+B6;B2)-1)/(СТЕПЕНЬ(1+B6;1/B5)-1))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. В Excel отсутствуют готовые финансовые функции для решения подобных задач. ▶

3.2.4. Рента *p*-срочная, когда число платежей совпадает с начислением процентов ($p = m$)

В контрактах часто начисление процентов m и поступление платежа совпадают во времени, т.е. $p = m$. Тогда для получения формулы расчета наращенной суммы можно воспользоваться аналогией с годовой рентой и одноразовым начислением процентов в конце года, для которой

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

Различие будет лишь в том, что все параметры теперь характеризуют ставку и платеж за период, а не за год. Тогда получаем:

$$S = \frac{R}{m} \cdot \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{j/m} = R\frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{j}. \qquad (26)$$

▷ **Пример 16.** В течение трех лет на расчетный счет в конце каждого квартала поступают платежи равными долями из расчета 10 млн руб. в год, т.е. по 10/4 млн руб. в квартал, на которые ежеквартально начисляются проценты по сложной ставке 10% годовых.

Определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

Известно:
n = 3 года;
$p = m = 4$;
R = 10 000 000 руб.;
j = 0,10.
Найти: S = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления с помощью подручных вычислительных средств произведем по формуле (26):

S = 10 000 000·[(1 + 0,1/4)$^{(4\cdot 3)}$ – 1]/0,1 = 34 488 882,42 руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в Excel воспользуемся функцией СТЕПЕНЬ (рис. 30).

H3 | f_x =B4*(СТЕПЕНЬ(1+B5/B3;B3*B2)-1)/B5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Дано				Решение					
2	n =	3	года		Расчет суммы, на расчетном счете к концу срока по формуле						
3	$p = m$ =	4			$S = R*[(1+j/m)^{mn} - 1]/j$ =			34 488 882,42р.			
4	R =	10 000 000	руб.								
5	j =	0,10									
6	Найти	S = ?									

Рис. 30. Результаты расчета в Excel наращенной суммы *S*
(в ячейку H3 введена формула: =B4*(СТЕПЕНЬ(1+B5/B3;B3*B2)-1)/B5)

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Для расчета наращенной суммы S воспользуемся функцией БС (из категории «Финансовые»). Данная функция возвращает будущую стоимость инвестиции на основе периодических равных по величине платежей и постоянной процентной ставки (рис. 31). ▶

H5 ▼ fx =БС(B5/B3,B2*B3,-B4/B3)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Дано					Решение				
2	n =	3	года								
3	$p = m$ =	4			Расчет суммы, на расчетном счете к концу срока по функции БС						
4	R =	10 000 000	руб.								
5	j =	0,10					S =	34 488 882,42р.			
6	Найти	S = ?									

Рис. 31. Результаты расчета наращенной суммы *S*
(в ячейку H5 введена формула: =БС(B5/B3;B2*B3;-B4/B3))

3.2.5. Рента *p*-срочная с произвольным поступлением платежей $p \geq 1$ и произвольным начислением процентов $m \geq 1$ (общий случай)

Это самый общий случай *p*-срочной ренты с начислением процентов m раз в году, причем, возможно, $p \neq m$.

Первый член ренты R/p, уплаченный спустя $1/p$ года после начала, составит к концу срока вместе с начисленными на него процентами величину, равную

$$\frac{R}{p}\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m\left(n-\frac{1}{p}\right)}=\frac{R}{p}\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn-m/p}.$$

Второй член ренты к концу срока возрастет до

$$\frac{R}{p}\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m\left(n-\frac{2}{p}\right)}=\frac{R}{p}\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn-2(m/p)}$$

и т.д.

Последний член этой записанной в обратном порядке геометрической прогрессии равен R/p, ее знаменатель – $(1+j/m)^{m/p}$, число членов – nm.

Для данного случая наращенная сумма рассчитывается по формуле:

$$S=\frac{R}{p}\cdot\frac{\left(1+j/m\right)^{(m/p)np}}{(1+j/m)^{m/p}-1}=\frac{R}{p}\cdot\frac{\left(1+j/m\right)^{mn}-1}{(1+j/m)^{m/p}-1}. \qquad (27)$$

Из последней формулы легко получить все рассмотренные выше частные случаи, задавая соответствующие значения p и m.

▷ **Пример 17.** В течение трех лет на расчетный счет в конце каждого квартала поступают платежи (p = 4) равными долями из расчета 10 млн руб. в год (т.е. по 10/4 млн руб. в квартал), на которые ежемесячно (m = 12) начисляются проценты по сложной ставке 10% годовых.

Определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

Известно:
n = 3 года;
m = 12;
R = 10 000 000 руб.;
p = 4;
j = 0,10.
Найти: S = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. По формуле (27) находим:

$S = (10\,000\,000/4)\cdot[(1 + 0{,}10/12)^{(3\cdot 12)} - 1]/[(1 + 0{,}10/12)^{(12/4)} - 1] =$
$= 34\,529\,637{,}96$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводим формулу, соответствующую (27), и для вычисления степени используем функцию СТЕПЕНЬ (рис. 32).

H3 =(B4/B5)*(СТЕПЕНЬ(1+B6/B3;B3*B2)-1)/(СТЕПЕНЬ(1+B6/B3;B3/B5)-1)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Дано				Решение		
2	n =	3	года		Расчет суммы, на расчетном счете к концу срока по формуле			
3	m =	12			$S = (R/p) * [(1+j/m)^{mn} - 1]/[(1+j/m)^{m/p} - 1] =$			34 529 637,96р.
4	R =	10 000 000 руб.						
5	p =	4						
6	j =	0,10						
7	Найти	S = ?						

Рис. 32. Результаты расчета в Excel наращенной суммы *S*
(в ячейку H3 введена формула:
=(B4/B5)*(СТЕПЕНЬ(1+B6/B3;B3*B2)-1)/(СТЕПЕНЬ(1+B6/B3;B3/B5)-1))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. В Excel отсутствуют готовые финансовые функции для решения подобных задач. ▶

3.3. Определение величины отдельного платежа простой ренты

При определении величины отдельного платежа R возможны два случая:

1) известна наращенная сумма S;

2) известна современная стоимость A.

3.3.1. Определение величины отдельного платежа при известной наращенной сумме S

Когда известна наращенная сумма S, платежи могут производиться по двум схемам:

- по схеме постнумерандо;
- по схеме пренумерандо.

Определение величины отдельного платежа по схеме постнумерандо. Если известны процентная ставка i, количество выплат n и наращенная сумма S простой ренты, то из формулы (23) можно определить величину отдельного платежа R:

$$R = \frac{Si}{(1+i)^n - 1}. \qquad (28)$$

▷ **Пример 18.** Через 3 года на расчетном счете необходимо иметь 10 млн руб.

Определить размер ежегодных платежей в *конце года* по сложной процентной ставке 12% годовых.

Известно:
n = 3 года;
S = 10 000 000 руб.;
i = 0,12.
Найти: R = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. По формуле (28) находим:

$R = (10\,000\,000 \cdot 0{,}12)/[(1 + 0{,}12)^3 - 1] = 2\,963\,489{,}81$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводим формулу (28) и для вычисления степени используем функцию СТЕПЕНЬ (рис. 33).

H4 fx =B3*B4/(СТЕПЕНЬ(1+B4;B2)-1)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Дано				Решение		
2	*n* =	3	года					
3	*S* =	10 000 000	руб.		Расчет величины отдельного платежа простой ренты по формуле			
4	*i* =	0,12			*R*= (*S***i*)/[(1+ *i*)^*n* -1] =			2 963 489,81р.
5	Найти	*R* = ?						

Рис. 33. Результаты расчета в Excel отдельного платежа *R*
(в ячейку H4 введена формула: = (B3*B4)/(СТЕПЕНЬ(1+B4;B2)-1))

3-й вариант. Выполним расчеты с использованием функции ПЛТ (категория «Финансовые»), рис. 34. Данная функция возвращает сумму периодического платежа для аннуитета на основе постоянства сумм платежей и постоянства процентной ставки.

H5 fx =ПЛТ(B4;B2;;-B3)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Дано				Решение		
2	*n* =	3	года					
3	*S* =	10 000 000	руб.		Расчет величины отдельного платежа простой ренты по			
4	*i* =	0,12						
5	Найти	*R* = ?					*R* =	2 963 489,81р.

Рис. 34. Результаты расчета в Excel величины отдельного платежа *R* простой ренты постнумерандо с использованием функции ПЛТ
(в ячейку H5 введена формула: ПЛТ(B4;B2;;-B3))

Синтаксис функции ПЛТ(ставка; кпер; пс; бс; тип).

Аргументы функции:

ставка – процентная ставка по ссуде;

кпер – общее число выплат по ссуде;

пс — приведенная к текущему моменту стоимость, или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей, называемая также основной суммой;

бс — требуемое значение будущей стоимости, или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент бс опущен, то он полагается равным 0 (нулю), т.е. для займа, например, значение бс равно 0;

тип — число 0 (нуль) или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата (0 или аргумент опущен — в конце периода, 1 — в начале периода). ▶

Определение величины отдельного платежа по схеме пренумерандо. Для простой ренты пренумерандо величина отдельного платежа R рассчитывается по формуле:

$$R = \frac{Si}{(1+i)((1+i)^n - 1)}. \qquad (29)$$

▷ **Пример 19.** По данным примера 18 рассчитать величину отдельного платежа для условия, когда платежи осуществляются *в начале года*.

Известно:
n = 3 года;
S = 10 000 000 руб.;
i = 0,12.
Найти: R = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. По формуле (29) находим:

$R = (10\,000\,000 \cdot 0{,}12)/[(1 + 0{,}12)((1 + 0{,}12)^3 - 1)] =$
$= 2\,645\,973{,}04$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводим формулу (29) и для вычисления степени используем функцию СТЕПЕНЬ (рис. 35).

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Расчеты выполним с использованием функции ПЛТ (категория «Финансовые»), рис. 36. ▶

H3 =B3*B4/((1+B4)*(СТЕПЕНЬ(1+B4,B2)-1))

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Дано				Решение				
2	n =	3	года		Расчет величины отдельного платежа простой ренты					
3	S =	10 000 000	руб.		$R= (S*i)/[(1+i)*(1+i)^n -1]$		=	2 645 973,04р.		
4	i =	0,12								
5	Найти	R = ?								

Рис. 35. Результаты расчета в Excel отдельного платежа *R* ренты пренумерандо по формуле

(в ячейку H3 введена формула: =(B3*B4)/((1+B4)*СТЕПЕНЬ(1+B4;B2)-1)))

H5 =ПЛТ(B4,B2,,-B3,1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Дано				Решение				
2	n =	3	года							
3	S =	10 000 000	руб.		Расчет величины отдельного платежа простой ренты					
4	i =	0,12								
5	Найти	R = ?				R	=	2 645 973,04р.		

Рис. 36. Результаты расчета в Excel величины отдельного платежа *R* ренты пренумерандо с использованием функции ПЛТ

(в ячейку H5 введена формула: =ПЛТ(B4;B2;;-B3;1))

3.3.2. Определение величины отдельного платежа простой ренты при известной современной стоимости *A*

Если известна современная стоимость A, то может быть реализован один из вариантов платежей:

- по схеме постнумерандо;
- по схеме пренумерандо.

Определение величины отдельного платежа *R* по схеме постнумерандо. Когда известны процентная ставка i, количество выплат n и современная стоимость A (постнумерандо), то величину отдельного платежа R можно вычислить по формуле:

$$R = \frac{Ai}{1 - 1/(1+i)^n}. \qquad (30)$$

▷ **Пример 20.** Предприниматель взял кредит в размере 10 млн руб. сроком на 3 года под 14% годовых.

Рассчитать размер ежегодных погасительных платежей, если они будут выплачиваться *в конце года*.

Известно:
n = 3 года;
A = 10 000 000 руб.;
i = 0,14.
Найти: R = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. По формуле (30) находим:

$R = (10\,000\,000 \cdot 0{,}14)/[1 - 1/(1 + 0{,}14)^3] = 4\,307\,314{,}80$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводим формулу (30). Для вычисления степени используем математическую функцию СТЕПЕНЬ (рис. 37).

H5 =(B3*B4)/(1-1/(СТЕПЕНЬ(1+B4;B2)))

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		**Дано**				**Решение**				
2	n =	**3**	года							
3	A =	**10 000 000**	руб.		Расчет величины отдельного платежа простой ренты					
4	i =	**0,14**								
5	Найти	R = ?			$R= (A*i)/[(1-1/(1+ i)^n]$ =			4 307 314,80р.		

Рис. 37. Результаты расчета в Excel величины отдельного платежа R простой ренты постнумерандо по формуле
(в ячейку H5 введена формула: =(B3*B4)/(1-1/СТЕПЕНЬ(1+B4;B2))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Выполним расчеты с использованием функции ПЛТ (категория «Финансовые»), рис. 38. ▶

H5 =ПЛТ(B4;B2;-B3;)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		**Дано**				**Решение**				
2	n =	**3**	года							
3	A =	**10 000 000**	руб.		Расчет величины отдельного платежа простой ренты (					
4	i =	**0,14**								
5	Найти	R = ?					R =	4 307 314,80р.		

Рис. 38. Результаты расчета в Excel величины отдельного платежа R простой ренты A с использованием функции ПЛТ
(в ячейку H5 введена формула: ПЛТ(B4;B2;-B3;))

Определение величины отдельного платежа *R* по схеме пренумерандо. В этом случае для расчета отдельного платежа используется следующая формула:

$$R = \frac{Ai}{(1+i)(1-1/(1+i)^n)}. \qquad (31)$$

▷ **Пример 21.** Для условий примера 20 рассчитать размер ежегодных погасительных платежей, если они будут выплачиваться *в начале года.*

Известно:
n = 3 года;
A = 10 000 000 руб.;
i = 0,14.
Найти: R = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. По формуле (31) находим:

$R = (10\,000\,000 \cdot 0{,}14)/[(1 + 0{,}14)(1 - 1/(1 + 0{,}14)^3)] =$
$= 3\,778\,346{,}32$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводим формулу (31) и для вычисления степени используем функцию СТЕПЕНЬ (рис. 39).

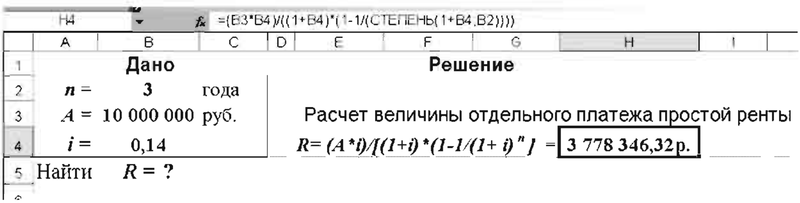


Рис. 39. Результаты расчета в Excel
отдельного платежа *R* ренты пренумерандо
(в ячейку H4 введена формула: =(B3*B4)/((1+B4)(1-1/СТЕПЕНЬ(1+B4;B2))))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Выполним расчеты с использованием функции ПЛТ (категория «Финансовые»), рис. 40. ▶

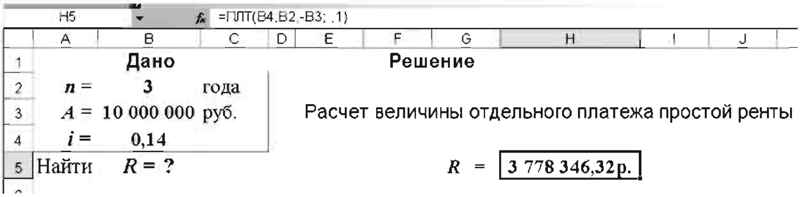


Рис. 40. Результаты расчета в Excel величины отдельного платежа *R* простой ренты пренумерандо с использованием функции ПЛТ
(в ячейку H5 введена формула: =ПЛТ(B4;B2;-B3;;1))

3.4. Определение срока простой ренты

В коммерческом контракте обычно указывают порядок погашения обязательств рентными платежами с указанием срока ренты (времени от начала реализации ренты до момента начисления последнего платежа).

Срок ренты n может рассчитываться либо по известной наращенной сумме S, либо по известной современной стоимости A.

3.4.1. Определение срока простой ренты *n* при известной наращенной сумме *S*

Для определения срока простой ренты при платежах по схеме *постнумерандо* используется следующая формула:

$$n = \frac{\ln(1 + Si/R)}{\ln(1+i)}. \qquad (32)$$

▷ **Пример 22.** На момент окончания финансового соглашения заемщик должен выплатить 30 000 000 руб. Платежи размером 5 000 000 руб поступают ежегодно в конце года с начислением по сложной процентной ставке 15% годовых.

Определить срок простой ренты *постнумерандо*.

Известно:
R = 5 000 000 руб.;
S = 30 000 000 руб.;
i = 0,15.
Найти: n = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. По формуле (32) находим:

$n = \ln(1 + 30\,000\,000 \cdot 0{,}15/5\,000\,000)/\ln(1 + 0{,}15) = 4{,}59$ года.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводим формулу (32) и для вычисления степени используем функцию LN (рис. 41).

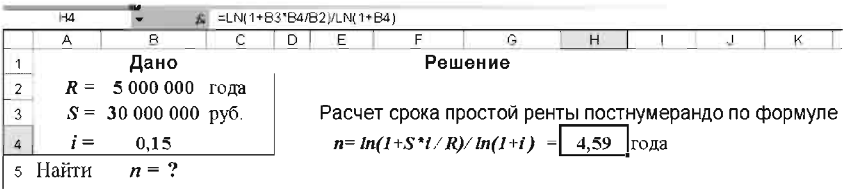


Рис. 41. Результаты расчета в Excel срока ренты *n* постнумерандо по известной наращенной сумме *S*
(в ячейку H4 введена формула: =LN(1+B3*B4/B2)/LN(1+B4))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Выполним расчеты с использованием функции КПЕР (категория «Финансовые»), рис. 42. ▶

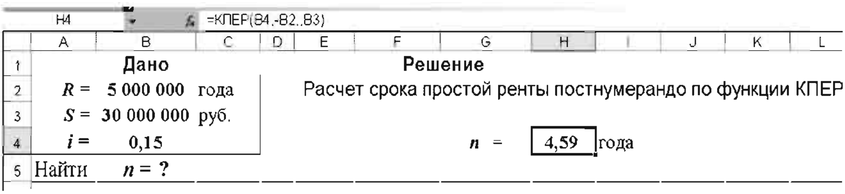


Рис. 42. Результаты расчета в Excel срока ренты *n* с использованием функции ПЛТ
(в ячейку H4 введена функция: =КПЕР(B4;-B2;;B3))

Если рентные платежи осуществляются по схеме *пренумерандо*, то определение срока n простой ренты производится по формуле:

$$n = \ln\left(1 + \frac{Si}{R(1+i)}\right) / \ln(1+i). \qquad (33)$$

▷ **Пример 23.** Для условий примера 22 определить срок простых рент *пренумерандо*.

Известно:
R = 5 000 000 руб.;
S = 30 000 000 руб.;
i = 0,15.
Найти: n = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. По формуле (33) находим:

$n = \ln(1 + 30\,000\,000 \cdot 0{,}15/(5\,000\,000 \cdot (1 + 0{,}15))/\ln(1 + 0{,}15) =$
$= 4{,}14$ года.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводим формулу (33) и для вычисления степени используем логарифмическую функцию LN (категория «Математические»), рис. 43.

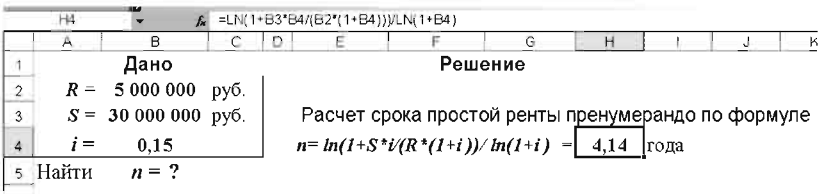


Рис. 43. Результаты расчета в Excel срока ренты *n* пренумерандо по известной наращенной сумме *S*
(в ячейку H4 введена формула: =LN(1+B3*B4/(B2*(1+B4)))/LN(1+B4))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Выполним расчеты с использованием функции КПЕР (категория «Финансовые»), рис. 44. ▶

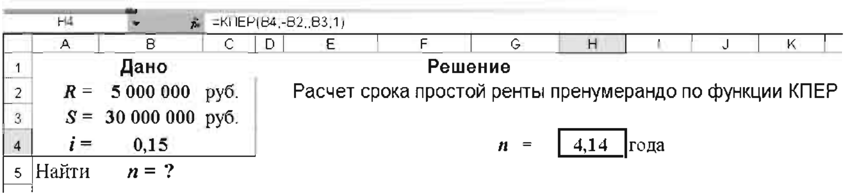


Рис. 44. Результаты расчета в Excel срока простой ренты *n* по известной будущей стоимости *S* с использованием функции КПЕР
(в ячейку H4 введена функция: =КПЕР(B4;-B2;;B3;1))

3.4.2. Определение срока простой ренты *n* при известной современной стоимости ренты *A*

Срок простой ренты при платежах по схеме *постнумерандо* определяется по следующей формуле:

$$n = -\frac{\ln(1 - Ai/R)}{\ln(1+i)}. \tag{34}$$

▷ **Пример 24.** Организация взяла кредит в размере 30 000 000 руб. с условием погашения ежегодными платежами по 6 000 000 руб. в конце года (постнумерандо) и начислением по сложной процентной ставке 15% годовых.

Определить срок простой ренты.

Известно:
A = 30 000 000 руб.;
R = 6 000 000 руб.;
i = 0,15.
Найти: n = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. По формуле (34) находим:
$n = -\ln(1 - 30\,000\,000 \cdot 0{,}15/6\,000\,000)/\ln(1 + 0{,}15) = 9{,}92$ года.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводим формулу (34) и для вычисления степени используем функцию LN (категория «Математические»), рис. 45.

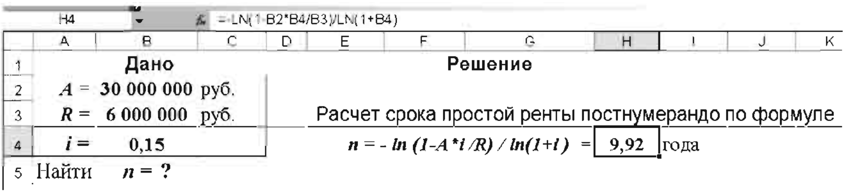


Рис. 45. Результаты расчета в Excel срока ренты *n* постнумерандо по известной современной стоимости *A* простой ренты
(в ячейку H4 введена формула: =-LN(1-B2*B4/B3)/LN((1+B4))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Выполним расчеты с использованием функции КПЕР (категория «Финансовые»), рис. 46. ▶

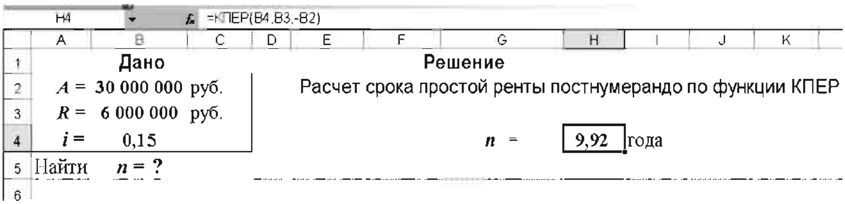


Рис. 46. Результаты расчета в Excel срока простой ренты *n* постнумерандо с использованием функции КПЕР
(в ячейку H4 введена формула:=КПЕР(B4;B3;-B2))

В случае, когда реализуется рента *пренумерандо*, срок ренты рассчитывается по формуле:

$$n = -\frac{\ln\left(1 - \dfrac{Ai}{R(1+i)}\right)}{\ln(1+i)}. \qquad (35)$$

▷ **Пример 25.** Для условий примера 24 определить сроки простых рент *пренумерандо*.

Известно:
A = 30 000 000 руб.;
R = 6 000 000 руб.;
i = 0,15.
Найти: n = ?

Решение

1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. По формуле (35) находим:
$n = -\ln(1 - 30\,000\,000 \cdot 0{,}15/(6\,000\,000 \cdot (1 + 0{,}15)))/\ln(1 + 0{,}15) =$
$= 7{,}56$ года.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводим формулу (35) и для вычисления степени используем функцию логарифмирования LN (категория «Математические»), рис. 47.

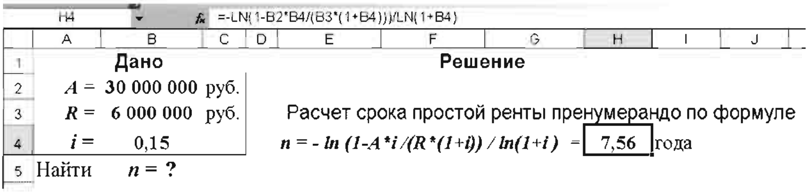


Рис. 47. Результаты расчета в Excel срока ренты *n* пренумерандо по известной современной стоимости *A* простой ренты
(в ячейку H4 введена формула: =-LN(1-B2*B4/(B3(1+B4)))/LN(1+B4))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Выполним расчеты с использованием функции КПЕР (категория «Финансовые»), рис. 48. ▶

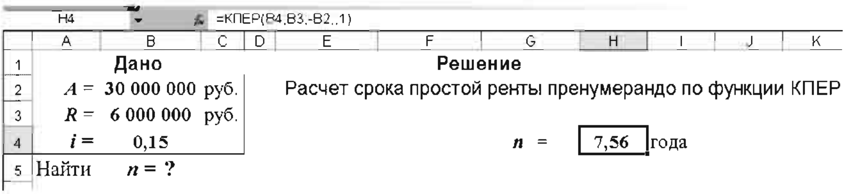


Рис. 48. Результаты расчета в Excel срока простой ренты *n* пренумерандо с использованием функции КПЕР
(в ячейку H4 введена формула: =КПЕР(B4;B3;-B2;;1))

3.5. Определение величины процентной ставки простой ренты

При заключении финансовых сделок важно знать их доходность, которая определяется процентной ставкой ренты за один период начисления. При этом считается, что известны следующие значения: отдельный платеж R, срок займа n и наращенная сумма S (или современная стоимость A). Процентная ставка ренты находится в результате решения нелинейного уравнения.

В Excel данная задача решается с помощью финансовой функции СТАВКА.

Синтаксис функции СТАВКА(кпер; плт; пс; бс; тип; предположение).

Аргументами данной функции являются:

кпер — общее число периодов платежей по аннуитету;

плт — регулярный платеж (один раз в период), величина которого остается постоянной в течение всего срока аннуитета. Обычно плт состоит из платежа основной суммы и платежа процентов, но не включает других сборов или налогов. Если аргумент опущен, должно быть указано значение аргумента бс;

пс — приведенная к текущему моменту стоимость или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей;

бс — требуемое значение будущей стоимости или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент бс опущен, то он полагается равным 0 (например, бс для займа равно 0);

тип — число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата (0 или опущен — в конце периода, 1 — в начале периода);

предположение — указывается предполагаемая величина ставки (от 0 до 1). По умолчанию аргумент принимает значение равное 0,1 (или 10%).

Если последовательные результаты функции СТАВКА не сходятся с точностью 0,0000001 после 20 итераций, то появляется сообщение об ошибке #ЧИСЛО!

▷ **Пример 26.** Для того чтобы по истечении двух лет получить 5 000 000 руб., предприятие первоначально может вложить 500 000 руб. с фиксированным ежемесячным платежом 100 000 руб.

Определить годовые процентные ставки простых рент *постнумерандо* и *пренумерандо*.

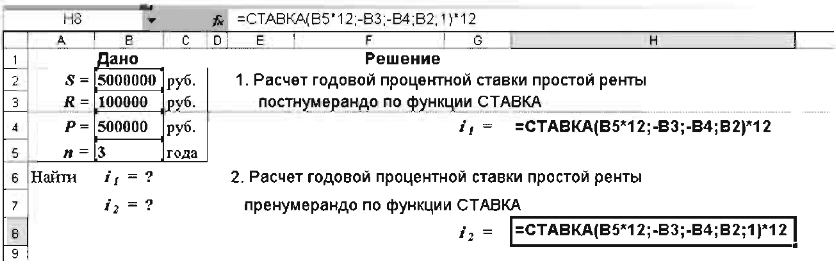
Известно:
S = 5 000 000 руб.;
R = 100 000 руб.;
P = 500 000 руб.;
n = 2 года.
Найти: i = ?

Решение

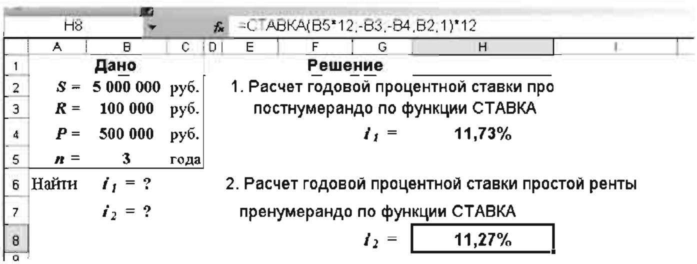
1-й вариант. Вычисления по формулам с помощью подручных вычислительных средств. Решение задачи по формулам затруднено, поскольку требуется реализация итерационного процесса в расчетах.

2-й вариант. Выполнение расчетов по формулам в среде Excel затруднено тем, что необходимо реализовать итерационный алгоритм.

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Выполним расчеты с использованием функции СТАВКА (категория «Финансовые»), рис. 49.



а



б

Рис. 49. Расчетные формулы (*а*) и результаты расчета (*б*) в Excel годовой ставки простой ренты постнумерандо и пренумерандо с использованием функции СТАВКА

(в ячейке H4 используется функция: =СТАВКА(B5*12;-B3;-B4;B2)*12, в ячейке H8: =СТАВКА(B5*12;-B3;-B4; B2;1)*12))

Особенностью использования функции СТАВКА является то, что она вычисляет процентную ставку не для года, а для периода (в данном случае для месяца), поэтому полученный результат умножается на 12 — количество месяцев в году. ▶

3.6. Современная (приведенная) величина финансовой ренты

3.6.1. Современная величина *A* обычной годовой финансовой ренты

Если член годовой ренты равен R, процентная ставка i, срок ренты n и проценты начисляются один раз в конце года, тогда дисконтированная величина первого платежа будет равна:

$$R\frac{1}{1+i}=Rv,$$

где $v=\frac{1}{1+i}$ — дисконтный множитель.

Приведенная к началу ренты величина второго платежа равна Rv^2 и т.д. В итоге приведенные величины образуют геометрическую прогрессию: Rv, Rv^2, Rv^3, ..., Rv^n, сумма которой равна:

$$A=Rv\frac{v^n-1}{v-1}=R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=Ra_{n;i}, \qquad (36)$$

где $a_{n;i}=\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ — коэффициент приведения ренты, который зависит только от двух параметров — срока ренты n и процентной ставки i.

▷ **Пример 27.** В течение трех лет на расчетный счет в конце каждого года ($p = 1$) поступает по 10 млн руб. Ежегодное дисконтирование производится по сложной процентной ставке 10% годовых.

Определить современную стоимость ренты.

Известны:
$n = 3$ года;
$m = 1$;
$R = 10\,000\,000$ руб.;
$p = 1$;
$i = 0{,}10$.
Найти: $A = ?$

Решение

1-й вариант. Вычисления по формуле (36) с помощью подручных вычислительных средств:

$$A = 10\,000\,000 \cdot [1 - (1 + 0{,}1)^{(-3)}]/0{,}1 = 24\,868\,519{,}91 \text{ руб.}$$

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводится формула (36) с использованием математической функции СТЕПЕНЬ (рис. 50).

H5 f_x =B4*(1-СТЕПЕНЬ(1+B6,-B2))/B6

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Дано				Решение		
2	$n =$	3	года					
3	$m =$	1			Расчет современной стоимости ренты по формуле			
4	$R =$	10 000 000	руб.					
5	$p =$	1			$A = R * [(1-(1+i)^{-n}]/i =$			24 868 519,91р.
6	$i =$	0,10						
7	Найти	$A = ?$						

Рис. 50. Результаты расчета современной величины обычной годовой финансовой ренты в Excel
(в ячейку H5 введена формула: =B4*(1-СТЕПЕНЬ(1+B6;-B2))/B6)

3-й вариант. Для выполнения расчетов воспользуемся функцией ПС (категория «Финансовые»). Данная функция возвращает приведенную стоимость инвестиции (рис. 51). ▶

H5 f_x = ПС(B6,B2,-B4)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Дано				Решение				
2	$n =$	3	года							
3	$m =$	1			Расчет современной стоимости ренты по функции ПС					
4	$R =$	10 000 000	руб.							
5	$p =$	1					$A =$	24 868 519,91р.		
6	$i =$	0,10								
7	Найти	$A = ?$								

Рис. 51. Результаты расчета современной стоимости ренты *A* с использованием финансовой функции ПС
(в ячейку H5 введена формула: = ПС(B6;B2;-B4))

3.6.2. Современная величина *p*-срочной финансовой ренты с произвольными значениями $p \geq 1$ и $m \geq 1$ ($p \neq m$)

Данный вариант является общим для нахождения современной величины ренты, когда p и m могут принимать произвольные значения. Здесь используется формула:

$$A = R\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{p\,[(1+j/m)^{m/p}-1]}, \qquad (37)$$

которая включает все возможные частные случаи.

▷ **Пример 28.** В течение трех лет на расчетный счет в конце каждого квартала поступают платежи ($p = 4$) равными долями из расчета 10 млн руб. в год, т.е. по 10/4 млн руб. в квартал. Ежемесячное дисконтирование ($m = 12$) производится по сложной ставке 10% годовых.

Определить современную стоимость ренты.

Известно:
$n = 3$ года;
$m = 12$;
$R = 10\,000\,000$ руб.;
$p = 4$;
$j = 0{,}10$.
Найти: $A = ?$

Решение

1-й вариант. Вычисления по формуле (37) с помощью подручных вычислительных средств:
$A = (10\,000\,000/4)\cdot[1 - (1 + 0{,}10/12)^{(-12\cdot 3)}]/[(1 + 0{,}10/12)]^{(12/4)} - 1] =$
$= 25\,612\,003{,}42$ руб.

2-й вариант. Для выполнения расчетов по формулам в среде Excel в строку формул вводится формула (37) с использованием математической функции СТЕПЕНЬ (рис. 52).

H4 fx =(B4/B5)*((1-СТЕПЕНЬ(1+B6/B3;-B2*B3))/(СТЕПЕНЬ(1+B6/B3;B3/B5)-1))

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		**Дано**				**Решение**		
2	$n =$	**3**	года					
3	$m =$	**12**			Расчет современной стоимости ренты по формуле			
4	$R =$	**10 000 000**	руб.		$A = (R/p) * [(1-(1+j/m)^{-mn}]/[(1+j/m)^{m/p}-1] =$			**25 612 003,42р.**
5	$p =$	**4**						
6	$j =$	**0,10**						
7	Найти	$A = ?$						

Рис. 52. Результаты расчета современной стоимости *р*-срочной финансовой ренты в Excel
(в ячейку H4 введена формула:
=(B4/B5)*((1-СТЕПЕНЬ(1+B6/B3;-B2*B3))/(СТЕПЕНЬ(1+B6/B3;B3/B5)-1)))

3-й вариант. Вычисления с помощью встроенных функций Excel. Для решения этой задачи в среде Excel финансовую функцию подобрать не удалось. ▶

Задания к лабораторной работе

Выполнить различные коммерческие расчеты, используя данные, приведенные в табл. 2 (см. файл Excel zadanij LR).

В условиях задач значения параметров приведены в виде переменных. Например, S означает некую сумму средств в рублях, $T_{лет}$ – время в годах, i – ставку в процентах и т.д. По именам переменных из таблицы данных (в приложении 4 приведены резервные 100 вариантов для преподавателей, в которых номер варианта может указываться по последним двум цифрам зачетной книжки) необходимо выбрать соответствующие численные значения параметров и выполнить расчеты согласно номеру своего варианта.

Расчеты выполнить в среде Excel по второму варианту (с помощью формул) и по третьему варианту (по встроенным функциям, где это возможно) решений, подобно рассмотренным в методических указаниях примерам.

1. Банк выдал ссуду размером S руб. Дата выдачи ссуды – $T_н$, возврата – $T_к$. День выдачи и день возврата считать за один день. Проценты рассчитываются по простой процентной ставке i% годовых.

Найти:

1) точные проценты с точным числом дней ссуды;

2) обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды;

3) обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды.

2. Через $T_{дн}$ дней после подписания договора должник уплатит S руб. Кредит выдан под i% годовых (проценты обыкновенные).

Каковы первоначальная сумма и дисконт?

3. Через $T_{дн}$ дней предприятие должно получить по векселю S руб. Банк приобрел этот вексель с дисконтом. Банк учел вексель по учетной ставке i% годовых (год равен 360 дням).

Определить полученную предприятием сумму и дисконт.

4. В кредитном договоре на сумму S руб. и сроком на $T_{лет}$ лет зафиксирована ставка сложных процентов, равная i% годовых.

Определить наращенную сумму.

Таблица 2

Варианты для самостоятельного решения

Вари-ант	Первонач. сумма, руб., P	Наращен. сумма, руб., S	Дата начала, $T_н$	Дата конца, $T_к$	Время, дн., $T_{дн}$	Время, лет, n	Ставка, %, i	Число начислений процентов, m
1	10 000 000	500 000	23.01.2009	17.03.2009	180	2	8,0	12
2	9 800 000	1 000 000	24.01.2009	18.03.2009	180	3	8,5	12
3	9 600 000	1 500 000	30.01.2009	19.03.2009	180	4	9,0	2
4	9 400 000	2 000 000	31.01.2009	20.03.2009	180	10	9,5	2
5	9 200 000	2 500 000	01.02.2009	15.03.2009	180	11	10,0	2
6	9 000 000	3 000 000	28.01.2009	16.03.2009	90	12	10,5	4
7	8 800 000	3 500 000	29.01.2009	11.03.2009	90	8	11,0	4
8	8 600 000	4 000 000	25.01.2009	12.03.2009	90	9	11,5	2
9	8 400 000	4 500 000	27.01.2009	13.03.2009	90	5	12,0	12
10	8 200 000	5 000 000	26.01.2009	14.03.2009	90	6	12,5	4
Номер варианта соответствует последней цифре зачетной книжки.								

5. Ссуда размером S руб. предоставлена на $T_{лет}$ лет. Проценты сложные, ставка – i% годовых. Проценты начисляются m раз в году.

Вычислить наращенную сумму.

6. Вычислить эффективную ставку процента, если банк начисляет проценты m раз в году, исходя из номинальной ставки i% годовых.

7. Определить, какой должна быть номинальная ставка при начислении процентов m раз в году, чтобы обеспечить эффективную ставку i% годовых.

8. Через $T_{лет}$ лет предприятию будет выплачена сумма S руб.

Определить ее современную стоимость при условии, что применяется сложная процентная ставка i% годовых.

9. Через $T_{лет}$ лет по векселю должна быть выплачена сумма S руб. Банк учел вексель по сложной учетной ставке i% годовых.

Определить дисконт.

10. В течение $T_{лет}$ лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по S руб., на которые m раз в году начисляются проценты по сложной годовой ставке i%.

Определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

Литература

Основная

1. *Финансовая* математика: Математическое моделирование финансовых операций: Учеб. пособие / Под ред. В.А. Половникова и А.И. Пилипенко. — М.: Вузовский учебник, 2004.

2. *Лукасевич И.Я.* Анализ финансовых операций. Методы, модели, техника вычислений. — М.: ЮНИТИ, 1998.

3. *Лукашин Ю.П.* Финансовая математика. — М.: МЭСИ, 2000.

4. *Мелкумов Я.С.* Финансовые вычисления. Теория и практика: Учеб.-справ. пособие. — М.: ИНФРА-М, 2007.

5. *Уотшем Т.Дж., Паррамоу К.* Количественные методы в финансах: Пер. с англ. / Под ред. М.Р. Ефимовой. — М.: ЮНИТИ, 1999.

Дополнительная

1. *Гобарева Я.Л.* Технология экономических расчетов средствами MS Excel: Учеб. пособие / Я.Л. Гобарева, О.Ю. Городецкая, А.В. Золотарюк. — М.: КНОРУС, 2006.

2. *Малыхин В.И.* Финансовая математика: Учебное пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000.

3. *Четыркин Е.М.* Финансовая математика: Учебник. — М.: Дело, 2001.

Приложение 1

Порядковые номера дней в не високосном году

День	Месяц											
	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	217	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	213	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350

Окончание приложения 1

День	Месяц											
	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

Приложение 2

Форматы и назначение финансовых функций, используемых для решения финансово-экономических задач

Форматы и финансовые функции используются для решения следующих задач [1]:

- определение наращенной суммы (будущей стоимости);
- определение начального значения (текущей стоимости);
- определение срока платежа и процентной ставки;
- расчет периодических платежей, связанных с погашением займов.

Формат	Назначение
БЗРАСПИС(первичное; план)	Рассчитывает будущее значение инвестиции после начисления сложных процентов при переменной процентной ставке
БС(ставка; кпер; плт; *пс; тип**)	Вычисляет будущую стоимость инвестиции (вклада) на основе периодических, равных по величине сумм платежей и постоянной процентной ставки
ВСД(значения; *предположение*)	Вычисляет внутреннюю ставку доходности для потоков денежных средств, представленных их численными, не обязательно равными по величине значениями (доходы — с плюсом, расходы — с минусом), осуществляемых в последовательные и одинаковые по продолжительности периоды
КПЕР(ставка; плт; пс; *бс; тип*)	Вычисляет общее количество периодов выплаты для инвестиции на основе периодических постоянных выплат и постоянной процентной ставки
МВСД(значения; ставка_финанс; ставка_реинвест)	Возвращает модифицированную внутреннюю ставку доходности для ряда периодических денежных потоков (с учетом затрат на привлечение инвестиции и процентов, получаемых от реинвестирования денежных средств)
НОМИНАЛ(эффективная_ставка; кол_пер)	Вычисляет номинальную годовую процентную ставку по эффективной ставке и количеству периодов в году, за которые начисляются сложные проценты
ОБЩДОХОД(ставка; кол_пер; нз; нач_период; кон_период; тип)	Возвращает кумулятивную (нарастающим итогом) сумму основных выплат по займу между двумя периодами

Окончание приложения 2

Формат	Назначение
ОБЩПЛАТ(ставка; кол_пер; нз; начпериод; кон_период; тип)	Возвращает кумулятивную (нарастающим итогом) величину процентов в промежутке между двумя периодами выплат
ОСПЛТ(ставка; период; кпер; пс; *бс; тип*)	Возвращает величину платежа в погашение основной суммы по инвестиции за данный период на основе постоянства периодических платежей и постоянства процентной ставки
ПЛТ(ставка; кпер; пс; *бс; тип*)	Вычисляет сумму периодического платежа для аннуитета на основе постоянства сумм платежей и постоянства процентной ставки
ПРОЦПЛАТ(ставка; период; кпер; пс)	Вычисляет проценты, выплачиваемые за определенный инвестиционный период
ПРПЛТ(ставка; период; кпер; пс; *бс; тип*)	Возвращает сумму платежей процентов по инвестиции за данный период на основе постоянства сумм периодических платежей и постоянства процентной ставки
ПС(ставка; кпер; плт; *бс; тип*)	Рассчитывает приведенную к текущему моменту стоимость инвестиции, которая на настоящий момент равноценна ряду будущих выплат
СТАВКА(кпер; плт; пс; бс; *тип; предположение*)	Определяет процентную ставку по аннуитету за один период, используя итерационный метод
ЧИСТВНДОХ(значения; даты; *предположение*)	Вычисляет внутреннюю ставку доходности для графика нерегулярных денежных потоков переменной величины
ЧИСТНЗ(ставка; значения; даты)	Возвращает чистую приведенную стоимость нерегулярных переменных денежных потоков
ЧПС(ставка; значения)	Возвращает величину чистой приведенной стоимости инвестиции, используя ставку дисконтирования, а также стоимости будущих периодических выплат (отрицательные значения) и поступлений (положительные значения) в конце периода
ЭФФЕКТ(номинальная_ставка; кол_пер)	Вычисляет эффективную (фактическую) годовую процентную ставку по номинальной ставке и количеству периодов в году, за которые начисляются сложные проценты
* Курсивом выделены необязательные параметры функций.	

Приложение 3

Аргументы финансовых функций Excel анализа инвестиций

Аргумент	Назначение аргумента
Даты (дата1, ..., датаN)	Расписание дат платежей, соответствующее ряду денежных потоков
Значения (сумма1, ..., суммаN)	Ряд денежных потоков — выплат и поступлений (соответственно — отрицательные значения и положительные значения), соответствующий графику платежей
Кол_пер	Общее количество периодов выплат
Кон_период	Номер последнего периода, включенного в вычисления
Кпер	Общее число периодов платежей по аннуитету (функция КПЕР)
Нач_период	Номер первого периода, включенного в вычисления
Номинальная_ставка	Номинальная годовая процентная ставка (функция Номинал)
Первичное **(нз, инвестиция)**	Стоимость инвестиции на текущий момент
Аргумент	Назначение аргумента
Первый_период	Дата окончания первого периода
Период	Период, для которого определяется прибыль (выплата); находится в интервале от 1 до Кпер
План	Массив применяемых процентных ставок
Плт	Фиксированная выплата, производимая в каждый период (функция ПЛТ)
Предположение	Прогнозная величина процентной ставки (по умолчанию — 0,1%)
Пс	Приведенная к настоящему моменту стоимость инвестиции, начальное значение вклада (функция ПС)
Ставка	Процентная ставка за период (функция Ставка)
Ставка_реинвест	Ставка процента, получаемого на денежные потоки при их реинвестировании
Ставка_финанс	Ставка процента, выплачиваемого за деньги, используемые в денежных потоках
Тип	Коэффициент, определяющий время выплаты: **0** — в конце периода (по умолчанию), **1** — в начале периода
Эффективная_ставка	Фактическая годовая процентная ставка (функция Эффект)

Приложение 4

Варианты задач для самостоятельного решения (резервные)

Ва-ри-ант	Первонач. сумма, P	Наращен. сумма, S	Дата нач., $T_н$	Дата кон., $T_к$	Время, дн., $T_{дн}$	Время, год, $n_{лет}$	Ставка, i, %	Число начисл. процентов, m
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	10 000 000	500 000	23.01.2009	17.03.2009	180	2	8,0	12
2	9 800 000	1 000 000	24.01.2009	18.03.2009	180	3	8,5	12
3	9 600 000	1 500 000	30.01.2009	19.03.2009	180	4	9,0	2
4	9 400 000	2 000 000	31.01.2009	20.03.2009	180	10	9,5	2
5	9 200 000	2 500 000	01.02.2009	15.03.2009	180	11	10,0	2
6	9 000 000	3 000 000	28.01.2009	16.03.2009	90	12	10,5	4
7	8 800 000	3 500 000	29.01.2009	11.03.2009	90	8	11,0	4
8	8 600 000	4 000 000	25.01.2009	12.03.2009	90	9	11,5	2
9	8 400 000	4 500 000	27.01.2009	13.03.2009	90	5	12,0	12
10	8 200 000	5 000 000	26.01.2009	14.03.2009	90	6	12,5	4
11	8 000 000	5 500 000	27.01.2009	03.03.2009	180	7	13,0	12
12	7 800 000	6 000 000	30.01.2009	11.03.2009	180	15	13,5	2
13	7 600 000	6 500 000	31.01.2009	12.03.2009	180	14	14,0	12
14	7 400 000	7 000 000	28.01.2009	13.03.2009	90	13	14,5	2
15	7 200 000	7 500 000	29.01.2009	07.03.2009	90	12	15,0	4
16	7 000 000	8 000 000	30.01.2009	08.03.2009	90	8	15,5	2
17	6 800 000	8 500 000	30.01.2009	09.03.2009	90	9	16,0	12

Продолжение приложения 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9
18	6 600 000	9 000 000	08.01.2009	10.03.2009	180	5	16,5	4
19	6 400 000	9 500 000	09.01.2009	04.03.2009	180	6	17,0	12
20	6 200 000	10 000 000	10.01.2009	05.03.2009	180	7	17,5	2
21	6 000 000	9 500 000	11.01.2009	11.04.2009	90	6	18,0	4
22	5 800 000	9 000 000	17.01.2009	12.04.2009	90	5	18,5	2
23	5 600 000	8 500 000	18.01.2009	13.04.2009	90	4	19,0	12
24	5 400 000	8 000 000	19.01.2009	14.04.2009	90	3	19,5	2
25	5 200 000	7 500 000	20.01.2009	15.04.2009	90	2	20,0	4
26	5 000 000	7 000 000	12.01.2009	06.03.2009	180	11	11,5	12
27	4 800 000	6 500 000	13.01.2009	05.04.2009	180	10	12,0	2
28	4 600 000	6 000 000	14.01.2009	06.04.2009	180	9	12,5	4
29	4 400 000	5 500 000	15.01.2009	07.04.2009	180	8	13,0	4
30	4 200 000	5 000 000	16.01.2009	08.04.2009	90	7	13,5	4
31	4 000 000	4 500 000	01.02.2009	09.04.2009	90	6	14,0	12
32	3 800 000	4 000 000	02.02.2009	10.04.2009	90	5	14,5	12
33	3 600 000	4 150 000	03.02.2009	10.05.2009	180	4	15,0	12
34	3 400 000	4 300 000	04.02.2009	19.05.2009	180	3	15,5	2
35	3 200 000	4 450 000	05.02.2009	20.05.2009	90	2	16,0	2
36	3 000 000	4 600 000	16.02.2009	21.05.2009	90	1	16,5	2
37	2 800 000	4 750 000	17.02.2009	22.05.2009	90	10	17,0	4
38	2 600 000	4 900 000	18.02.2009	23.05.2009	90	9	17,5	4
39	2 400 000	5 050 000	19.02.2009	24.05.2009	180	8	18,0	2
40	2 200 000	5 200 000	20.02.2009	11.05.2009	180	7	18,5	12

Продолжение приложения 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9
41	2 000 000	5 350 000	21.02.2009	12.05.2009	180	6	19,0	4
42	1 800 000	5 500 000	22.02.2009	13.05.2009	90	2	19,5	12
43	1 600 000	5 650 000	12.02.2009	14.05.2009	90	1	11,0	2
44	1 400 000	5 800 000	06.02.2009	15.05.2009	180	5	11,5	12
45	1 200 000	5 950 000	07.02.2009	16.05.2009	180	4	12,0	2
46	1 000 000	6 100 000	08.02.2009	17.05.2009	180	3	12,5	4
47	800 000	6 250 000	09.02.2009	18.05.2009	90	4	13,0	12
48	600 000	6 400 000	10.02.2009	11.04.2009	90	5	13,5	12
49	400 000	6 550 000	11.02.2009	12.04.2009	90	6	14,0	2
50	200 000	6 700 000	12.02.2009	13.04.2009	180	7	14,5	2
51	350 000	6 850 000	13.02.2009	14.04.2009	90	8	7,0	2
52	500 000	7 000 000	14.02.2009	15.04.2009	90	9	7,5	4
53	650 000	7 150 000	15.02.2009	06.03.2009	180	10	8,0	4
54	800 000	7 300 000	29.01.2009	05.04.2009	180	11	8,5	2
55	950 000	7 450 000	25.01.2009	06.04.2009	90	12	9,0	2
56	1 100 000	7 600 000	27.01.2009	07.04.2009	180	13	9,5	4
57	1 250 000	7 750 000	29.01.2009	08.04.2009	180	14	10,0	4
58	1 400 000	7 900 000	30.01.2009	09.04.2009	180	15	10,5	2
59	1 550 000	8 050 000	30.01.2009	15.03.2009	90	16	11,0	12
60	1 700 000	8 200 000	08.01.2009	16.03.2009	90	17	11,5	4
61	1 850 000	8 350 000	26.01.2009	11.03.2009	180	18	11,0	12
62	2 900 000	8 500 000	27.01.2009	12.03.2009	90	19	11,5	2
63	3 050 000	8 650 000	30.01.2009	13.03.2009	180	10	12,0	12

Продолжение приложения 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9
64	3 200 000	8 800 000	31.01.2009	14.03.2009	180	9	12,5	2
65	2 000 000	8 950 000	28.01.2009	03.03.2009	180	8	13,0	4
66	2 150 000	9 100 000	19.01.2009	11.03.2009	90	11	7,0	12
67	2 300 000	9 250 000	20.01.2009	12.03.2009	180	10	7,5	12
68	2 450 000	9 400 000	12.01.2009	13.03.2009	180	9	8,0	2
69	2 600 000	9 550 000	13.01.2009	05.04.2009	90	8	8,5	2
70	2 750 000	9 700 000	14.01.2009	06.04.2009	90	7	7,5	2
71	2 900 000	9 850 000	15.01.2009	07.04.2009	180	6	8,0	12
72	3 050 000	10 000 000	16.01.2009	08.04.2009	90	7	8,5	2
73	3 200 000	10 150 000	01.02.2009	09.04.2009	90	8	9,0	4
74	3 350 000	10 300 000	02.02.2009	10.04.2009	180	9	9,5	2
75	3 500 000	10 450 000	03.02.2009	10.05.2009	180	10	10,0	12
76	3 650 000	10 600 000	04.02.2009	19.05.2009	90	3	10,5	4
77	3 800 000	10 750 000	05.02.2009	20.05.2009	90	4	11,0	12
78	3 950 000	10 900 000	16.02.2009	21.05.2009	90	10	10,5	2
79	4 100 000	11 050 000	17.02.2009	22.05.2009	180	11	11,0	4
80	4 250 000	11 200 000	18.02.2009	23.05.2009	90	12	11,5	2
81	4 400 000	11 000 000	19.02.2009	24.05.2009	90	8	12,0	12
82	4 550 000	10 800 000	12.02.2009	13.05.2009	180	9	12,5	2
83	4 700 000	10 600 000	13.02.2009	14.05.2009	90	12	13,0	4
84	4 850 000	10 400 000	14.02.2009	15.05.2009	90	8	13,5	12
85	6 200 000	10 200 000	15.02.2009	16.05.2009	180	9	14,0	2
86	6 350 000	10 000 000	29.01.2009	17.05.2009	180	5	14,5	12

Окончание приложения 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9
87	6 500 000	9 800 000	25.01.2009	18.05.2009	90	11	15,0	4
88	6 650 000	9 600 000	27.01.2009	05.03.2009	90	15	7,5	12
89	6 800 000	9 400 000	29.01.2009	11.04.2009	90	8	8,0	2
90	6 950 000	9 200 000	30.01.2009	12.04.2009	90	9	8,5	4
91	7 100 000	9 000 000	26.01.2009	13.04.2009	180	12	7,0	2
92	7 250 000	8 800 000	27.01.2009	14.04.2009	180	8	7,5	12
93	5 000 000	8 600 000	30.01.2009	15.04.2009	90	9	8,0	4
94	5 150 000	8 400 000	22.01.2009	06.03.2009	90	5	8,5	12
95	5 300 000	8 200 000	28.01.2009	05.04.2009	90	11	9,0	2
96	5 450 000	8 000 000	19.01.2009	06.04.2009	180	12	12,5	12
97	5 600 000	7 800 000	20.01.2009	07.04.2009	90	8	9,5	2
98	5 750 000	7 600 000	21.01.2009	08.04.2009	90	9	10,0	4
99	5 900 000	7 400 000	31.01.2009	09.04.2009	180	5	10,5	12
100	6 050 000	7 200 000	23.01.2009	27.05.2009	90	6	11,0	4

Содержание

Финансовая математика. Методические указания по выполнению лабораторной работы на ПЭВМ для самостоятельной работы студентов IV курса по специальности 060400 «Финансы и кредит» (первое высшее образование). – М.: ВЗФЭИ, 2008.

Редактор Т.А. Балашова
Корректор О.Э. Стрекачева
Компьютерная верстка Т.В. Иванниковой

ЛР ИД № 00009 от 25.08.99 г.

Подписано в печать 25.12.08. Формат 60×90 1/16.
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Усл.-печ. л. 5.
Издательский номер 1/164-09.
Тираж 200 экз. Заказ № 998.

Редакционно-издательский отдел
Всероссийского заочного
финансово-экономического института (ВЗФЭИ)
Олеко Дундича, 23, Москва, Г-96, ГСП-5, 123995